

ダム周辺地下水位の時空間変動の確率統計学的モデル化と推定

清水建設(株) 正会員 ○本多 眞 京都大学大学院 正会員 水戸義忠
京都大学大学院 フェロー 菊地宏吉 北海道開発局 正会員 鈴木哲也

1. はじめに

ダム周辺地下水位の挙動を把握することは、周辺環境の保全及びダム保守管理上、極めて重要である。このため一般にダムサイト周辺に多くの水位観測孔を設け、経時的に水位変動を観測している。これらの観測データからサイト全体の地下水位変動を精度良く把握するためには、確率論に基づいた統計的な手法が有効である。本研究は、地質統計学的手法¹⁾の拡張により地下水位の時空間変動を予測する手法を提案するものである。このうち本論文は、地下水位変動に加えて貯水位と降水量の変動も考慮に入れて、これらの変動を表現する確率モデルを提案、実際のダム観測データを用いた確率モデルの推定を実施するものである。

2. 確率モデルの定義

ダム周辺地下水位の変動に影響を与える因子として、貯水位と降水量の変動を考慮して3変量の確率モデルを定義する。貯水位と降水量はダムサイト周辺という局所的に見れば空間的な変動はないので、時間変動のデータとして扱う。それぞれの確率モデルを以下のように表す。

$$Z(\mathbf{u}, t) = \mu_z(\mathbf{u}) + \varepsilon_z(\mathbf{u}, t), \quad H(t) = \mu_H + \varepsilon_H(t) \quad P(t) = \mu_P + \varepsilon_P(t) \quad (1)$$

$Z(\mathbf{u}, t)$ は地下水位の時空間確率場と称し、空間位置 $\mathbf{u}$ と時刻 t の関数として表す。また $H(t)$, $P(t)$ はそれぞれ貯水位と降水量の確率過程であり時刻 t の関数として表す。これらはトレンド成分とランダム成分に分離できるものとし、トレンド成分は時間軸方向には一定と仮定して、貯水位及び降水量は一定値 μ_H , μ_P 、地下水位は空間位置の $\mathbf{u}$ の関数 $\mu_z(\mathbf{u})$ として表す。ランダム成分は平均値0で共分散関数が以下のように定義できるものとする。

貯水位と降水量の自己共分散関数は、通常の定常確率過程の場合と同様に時刻差ラグ ℓ の関数 $C_{HH}(\ell)$, $C_{PP}(\ell)$ として定義し、さらに自己相関関数 $R_{HH}(\ell)$, $R_{PP}(\ell)$ と分散 σ_H^2 , σ_P^2 の積に分けられるものとする。一方、地下水位の自己共分散関数は、次のように時間領域と空間領域に分離するモデルを提案する。まず時刻を t に固定したときの空間位置 $\mathbf{u}$, $\mathbf{u}'$ 間の自己共分散は次式のように、位置 $\mathbf{u}$ 及び $\mathbf{u}'$ の標準偏差 $\sigma_z(\mathbf{u})$, $\sigma_z(\mathbf{u}')$ と、距離ベクトル $\mathbf{h} = \mathbf{u} - \mathbf{u}'$ の関数である空間領域の自己相関関数 $R_{zz}^u(\mathbf{h})$ の積として表す。

$$E[\varepsilon_z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_z(\mathbf{u}', t)] = \sigma_z(\mathbf{u}) \cdot \sigma_z(\mathbf{u}') \cdot R_{zz}^u(\mathbf{h}) \quad (2)$$

特徴は、完全な定常状態を仮定せず、分散は空間位置 $\mathbf{u}$ によって変化する関数と仮定している点である。また、空間位置を $\mathbf{u}$ に固定したときの時刻 t , t' 間の自己共分散は、位置 $\mathbf{u}$ の分散と時間領域の自己相関関数の積として表す。

$$E[\varepsilon_z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_z(\mathbf{u}, t')] = \sigma_z^2(\mathbf{u}) \cdot R_{zz}^t(\ell, \mathbf{u}) \quad (3)$$

ここで自己相関関数 $R_{zz}^t(\ell, \mathbf{u})$ は、時刻差ラグ ℓ の関数として表される時間領域の相関関数が、空間位置 $\mathbf{u}$ によって変化するものとして定義している。上記の式(2), (3)から地下水位の自己共分散の一般式はこれらの積として表す。

$$E[\varepsilon_z(\mathbf{u}, t) \cdot \varepsilon_z(\mathbf{u}', t')] = \sigma_z(\mathbf{u}) \cdot \sigma_z(\mathbf{u}') \cdot R_{zz}^u(\mathbf{h}) \cdot R_{zz}^t(\ell, \mathbf{u}) \cdot R_{zz}^t(\ell, \mathbf{u}') = C_{zz}(\ell, \mathbf{u}, \mathbf{u}') \quad (4)$$

なお地下水位との相互共分散は、次式のように位置 $\mathbf{u}$ と時刻差ラグ ℓ の関数として表し、貯水位と降水量の相互相関は0とする。

$$C_{ZH}(\ell, \mathbf{u}) = \sigma_z(\mathbf{u}) \cdot \sigma_H \cdot R_{ZH}(\ell, \mathbf{u}), \quad C_{ZP}(\ell, \mathbf{u}) = \sigma_z(\mathbf{u}) \cdot \sigma_P \cdot R_{ZP}(\ell, \mathbf{u}), \quad C_{HP}(\ell) = 0 \quad (5)$$

3. 実際のデータに基づく確率モデルの推定

(1) ダム周辺地下水位観測データの概要

図1は対象ダムサイトの平面図であり、●及び◎印で示した38カ所が水位観測孔である。対象期間は試験湛水を実施した約9ヶ月間であり、図2に観測データの例を示す。図のa)は貯水位と降水量の変動を示しており、試験湛水は図に示すように、空の状態から満水位512.5mまで上げた後に500mで一定に保っている。図のb)は図1の◎印で示した5孔の地下水位変動を示したものである。位置により変動傾向が大きく異なることがわかる。

(2) ティレンド成分の推定

一般に標高の高いところは地下水位も高く、低いところは低いという関係のあることが多い。そこで各観測孔における地下水位の平均値 $\hat{z}(\mathbf{u}_k)$ から、地表面レベルを補助データとしたCokriging²⁾によりサイト全体の平均地下水位分布 $\hat{z}_{CK}(\mathbf{u})$ を推定する。図3は推定された平均地下水位のコンターであり、地下水位のトレンド成分は、これの一次関数として、 $\mu_z(\mathbf{u}) = b_1^z + b_2^z \cdot \hat{z}_{CK}(\mathbf{u})$ と表す。

(3) ランダム成分の推定

観測データは1日毎に定期的に得られており、従って貯水位、降水量及び各観測孔の時間方向の分散及び自己相関

キーワード: ダム, 地下水位変動, 地質統計学, 確率モデル, 時空間

連絡先: 〒100-0011 東京都千代田区幸町2-2-2 富国生命ビル 清水建設(株) TEL03-3508-9052 FAX03-3508-2196

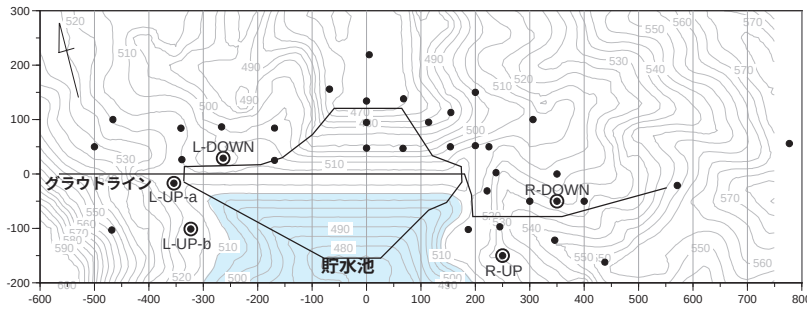


図1 ダムサイト周辺地形及び観測孔配置図

関数関数は、標本分散及び標本自己相関関数として推定できる³⁾. 図4のa), b), c)はそれぞれ貯水位、降水量、観測孔L-UP-b地下水位の標本自己相関関数である. 地下水位の分散 $\sigma_z^2(\mathbf{u})$ は、各観測孔位置 $\mathbf{u}_k$ では標本分散として観測データから求められるが、任意位置 $\mathbf{u}$ における分散は観測データから直接求めることができない. そこで、分散 $\sigma_z^2(\mathbf{u})$ を空間的に変動する確率場として捉え、観測孔位置の標本分散 $\hat{\sigma}_z^2(\mathbf{u}_k)$ から Universal Kriging により任意位置を推定する (図5).

同様な空間位置 $\mathbf{u}$ の関数としては、式(3)中の $R_{ZZ}^i(\ell, \mathbf{u})$, すなわち地下水位の時間領域の自己相関関数、式(5)中の相互相関関数 $R_{ZH}(\ell, \mathbf{u})$, $R_{ZP}(\ell, \mathbf{u})$ がある. 図4のc), d)に示すように、観測孔位置 $\mathbf{u}_k$ における相関関数は求めることができるので、分散と同様、各時刻差ラグ $\ell = 0, 1, \dots$ ごとの相関係数を空間的に変動する確率場として捉えて、Krigingにより空間補間を行う. 図6には地下水位と降水量の相互相関関数のうち、時刻差ラグ $\ell = 0$ の相関係数を空間補間した例を示した. 全体として相関性は低いが、下流側中央部付近で大きくなっているのがわかる.

最後に、式(2)に示される空間領域の自己相関関数 $R_{ZZ}^u(\mathbf{h})$ は、2点間の距離ベクトル $\mathbf{h}$ の関数として、通常的地質統計手法が用いる関数のあてはめを行う. ここではExponential型の関数をあてはめ、次式が推定された.

$$\hat{R}_{ZZ}^u(\mathbf{h}) = \exp(-|\mathbf{h}|/47.44) \quad (6)$$

4. おわりに

ダムの保守管理において重要となる周辺地下水位変動の把握のため、本研究では地下水位の時空間変動を貯水位および降水量を考慮した多変量の時空間確率モデルで表現することを試みた. この確率モデルを用いることで、時空間の回帰手法により地下水位変動の予測が可能となる.

参考文献

- 1) Journel, A. and Huijbregts, J : Mining geostatistics, Academic Press, p.600,1978.
- 2) 本多他 : 地形情報を考慮した基礎地盤面のモデル化と推定, 土木学会論文集, No.561/III-38, pp.62-74, 1997.
- 3) 北川 : FORTRAN77 時系列解析プログラミング, 岩波書店, 1993.

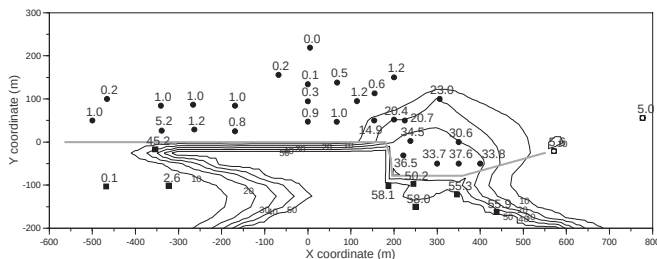
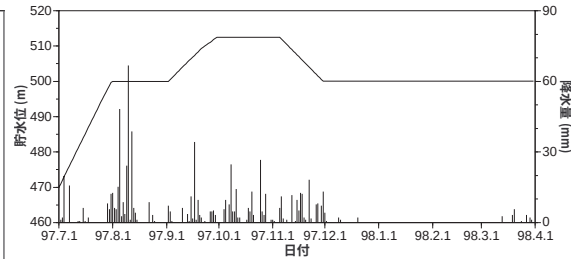
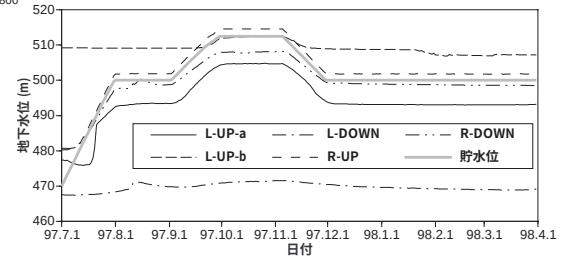


図5 地下水位の分散 $\hat{\sigma}_z^2(\mathbf{u})$ の空間分布推定結果 (単位 m^2)



a) 貯水位及び降水量の時系列変化



b) 観測孔地下水位の例

図2 観測データ

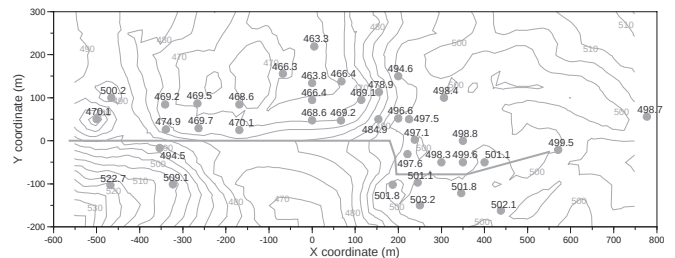
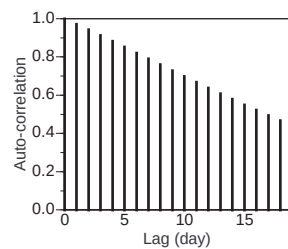
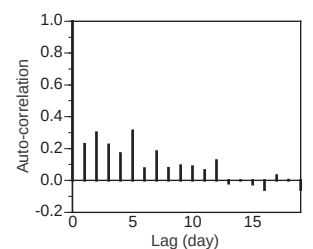


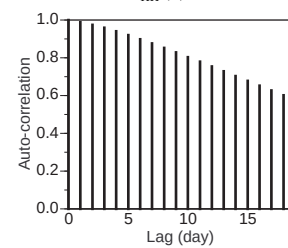
図3 平均地下水位 $\hat{z}_{CK}(\mathbf{u})$ の空間分布



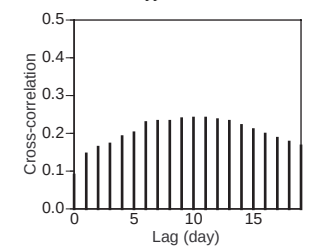
a) 貯水位の自己相関関数 $\hat{R}_{HH}(\ell)$



b) 降水量の自己相関関数 $\hat{R}_{PP}(\ell)$



c) 観測孔 L-UP-b の自己相関関数 $\hat{R}_{ZZ}^i(\ell, \mathbf{u}_{L-UP-b})$



d) 観測孔 L-UP-b と降水量の相互相関関数 $\hat{R}_{PP}(\ell)$

図4 自己および相互の標本相関関数

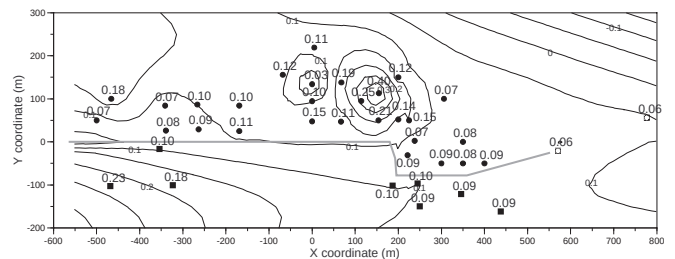


図6 地下水位と降水量との時刻差ラグ $\ell = 0$ の相互相関係数 $\hat{R}_{ZP}(0, \mathbf{u})$ の空間分布推定結果