

複数の代替案がある場合の提携形成ゲームに関する考察

鳥取大学大学院 学生会員 石本裕亮
鳥取大学工学部 正会員 谷本圭志
鳥取大学工学部 正会員 喜多秀行

1. はじめに

地方連携や国際協力など複数の主体による共同事業を実施する機会が増加している．一般に共同事業には複数の代替案が存在しており，各主体は「どの主体と協力するか」のみならず，「どの代替案を選択するか」の意思決定を行う．しかし複数の代替案の存在が，主体の意思決定の結果）選択される共同事業の効率性を改善するとは限らない．そこで本研究では複数の代替案が存在する場合の共同事業の成立についてゲーム理論を用いてモデル化し，形成される協力構造の安定性及び効率性について検討する．

2. 提携形成ゲームのモデル化

任意の主体をプレイヤー i ，プレイヤーの集合を N ，代替案の集合を K で表す．2人のプレイヤー間で形成される直接的な協力関係を「その関係を結ぶ2人のプレイヤー間で共通の代替案の選択及びそれらプレイヤーによる事業の費用を最小化することの対等な合意」と定義する．代替案 k の下でのプレイヤー i, j 間の協力関係をリンクを用いて表現する．協力関係が直接，間接的に結ばれているプレイヤーの集合を提携と呼び，任意の提携を $S \subset N$ で表す．また協力関係の集合を協力構造と呼ぶ．代替案 k の下で全てのプレイヤー間にリンクが存在するグラフを完全協力構造グラフと呼び，これを g_k^N で表す（次式参照）．

$$g_k^N = \{i : j | i, j \in N, i \neq j\} \quad (1)$$

任意の協力構造グラフ g_k は g_k^N の部分集合として以下のように表される．

$$g_k \subseteq g_k^N \quad (2)$$

各プレイヤーの戦略の組み合わせにより g_k が形成される．任意のプレイヤー i の戦略 (tk_i) はどのプレイヤーと協力関係を結ぶか ($t_i \subseteq N$) と，どの代替案を選択するか ($k_i \in K$) の要素戦略の組み合わせである．

$$tk_i = t_i \times k_i \quad (t_i \subseteq N, k_i \in K) \quad (3)$$

g_k は以下のように与えられる．

$$g_k(\prod_{i \in N} tk_i) = \{i : j | i \in t_j, j \in t_i, k_i = k_j = k\}_k \quad (k \in K; i, j \in N) \quad (4)$$

（共同）事業費用は形成された協力構造の結果として得られるものである．よって配分費用は協力構造に

準拠して決定される．形成された協力構造での配分費用はMyersonの方法による¹⁾．ただし協力関係にある全てのプレイヤー間で知識・技術の共有が図られると仮定し，事業費用は提携に対して与える．代替案 k の下での提携 S に関する費用を $C^k(S)$ で表す．

3. 安定性及び効率性分析

本研究では pairwise 安定性の均衡概念を用いる． pairwise 安定性の概念ではプレイヤーの戦略の変更は1組のペアのプレイヤーを単位とし，プレイヤー i の戦略は一度に t_i ，もしくは k_i のいずれか一方のみが変更可能である． pairwise 安定な協力構造とは全てのペアのプレイヤーにおいてリンクの拡大・解消及び代替案の変更が生じるような戦略の変更を行う動機がない協力構造である．代替案が存在する場合，当該の協力構造が pairwise 安定であっても，必ずしも効率的であるとは限らない．逆に非効率な協力構造が安定となってしまう状況が発生する．

2つの代替案 ($K = \{1, 2\}$) がある3人ゲーム ($N = \{1, 2, 3\}$) を検討する．このゲームにおいてはプレイヤーの対称性を仮定する．すると，配分費用は各代替案の下での協力構造に存在するリンクの本数によって決定される．以後，代替案 k の下で m 本のリンクから構成される協力構造を $\langle m \rangle_k$ と記す．単独で事業を実施した場合の費用を（代替案によらず） $C^k(i) = a$ ，代替案 k の下で2人，3人提携で事業を実施する場合の費用をそれぞれ $C^k(ij) = b_k$ ， $C^k(N) = c_k$ とする．ただし事業費用 a, c_k は以下の条件を満たすと仮定する．

$$c_2 \leq c_1 \leq 3a \quad (5)$$

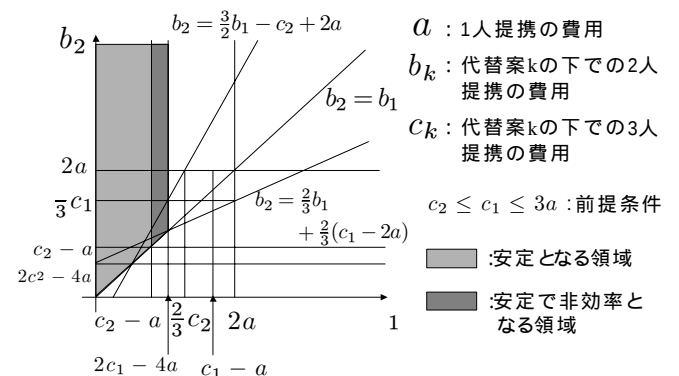


図1: $\langle 1 \rangle_1$ が安定かつ効率となる領域

このゲームにおける安定かつ非効率な協力構造が生じ
てしまう各代替案の下での費用構造を分析した．その
結果の一例を図1に示す．

4. 数値分析

以上より得られた結果を基に，代替案の存在と形成
される安定的な協力構造の効率性について数値例を用
いて検討する． $c_2 \leq c_1 \leq 3a$ の仮定より $a = 50, c_1 =$
 $150, c_2 = 130$ を与える． b_2 については 60, 120 の 2 ケー
スを想定し， b_1 は $a \leq b_1 \leq c_1$ を満たす変数として
与える．まず代替案が1つだけ（代替案2）が存在する
場合における協力構造の安定性及び効率性を検討する
（表1）．次いで，代替案2と異なる費用構造を持つ代替
案1が存在する場合について検討する（表2.1，表2.2）．
その上で，代替案が1つの場合と2つの場合における協
力構造の安定性及び効率性について比較分析を行う．

(i) $b_2 = 60$ の場合

代替案が1つの場合， $\langle 1 \rangle_2, \langle 3 \rangle_2$ が安定な協力構造と
なる．これらのうち $\langle 1 \rangle_2$ は効率な協力構造である一方
で $\langle 3 \rangle_2$ は非効率である．代替案1が存在する場合の協
力構造の安定性は b_1 の大きさによって異なる． b_1 が大
きな値の場合，協力構造の安定性及び効率性は代替案
が1つの場合と同様である．しかし b_1 が小さな値の場
合，より低い費用の2人提携の下での協力構造 $\langle 1 \rangle_1$ が
必ず安定かつ効率となる．すなわち，1本のリンクから
成る協力構造が安定かつ効率であれば，2つの代替案の
存在の下でも形成される協力構造の効率性が改善され
ることが明らかになった．

(ii) $b_2 = 120$ の場合

代替案が1つの場合， $\langle 0 \rangle, \langle 2 \rangle_2$ が安定となる．これら
のうち $\langle 2 \rangle_2$ は効率な協力構造であり， $\langle 0 \rangle$ は非効率な
協力構造である．代替案が2つ存在する場合， b_1 の値
が大きいと $b_2 = 60$ のケースと同様に，代替案が1つ存
在する場合と同様の結果になる． b_1 が小さいと安定な
協力構造として $\langle 2 \rangle_1$ が加わる．しかし，この協力構造
は非効率である．さらに b_1 が小さいと安定な協力構造
は $\langle 1 \rangle_1, \langle 3 \rangle_1$ であるが，そのどちらとも効率性は保証さ
れない．しかし b_1 が極端に小さな値をとれば協力構造
 $\langle 1 \rangle_1$ が効率な協力構造として形成される．すなわち2本
のリンクから成る協力構造が安定かつ効率であれば，2
つの代替案の存在が形成される協力構造の効率性を必
ずしも改善しないことが明らかになった．

以上より，形成される協力構造の効率性が複数の代
替案の存在によって改善可能か否かは，（1つの代替案

の存在下における）安定的な協力構造のリンクの本数
に依存すると考えられる．これは多くのリンクから成
る協力構造では，ペアのプレイヤーの戦略変更に伴い
費用の増加を被るプレイヤーが生じる可能性が高くな
るためである．

表1:代替案が1つの場合の協力構造の安定性

及び効率性

(1) $b_2 = 60$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	x	o	x	o
効率性	-	o	-	x

(2) $b_2 = 120$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	o	x	o	x
効率性	x	-	o	-

表2.1:複数の代替案が存在する場合の協力構造の

安定性及び効率性 ($b_2 = 60$)

(1) $50 \leq b_1 \leq 60$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	x	o	x	x	x	x	x
効率性	-	o	-	-	-	-	-

(2) $60 \leq b_1 \leq 87$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	x	x	x	x	o	x	x
効率性	-	-	-	-	o	-	-

(3) $87 \leq b_1 \leq 150$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	x	x	x	x	o	x	o
効率性	-	-	-	-	o	-	x

表2.2:複数の代替案が存在する場合の協力構造の

安定性及び効率性 ($b_2 = 120$)

(1) $50 \leq b_1 \leq 80$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	x	o	x	o	x	x	x
効率性	-	o	-	x	-	-	-

(2) $80 \leq b_1 \leq 100$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	x	o	x	o	x	x	x
効率性	-	x	-	x	-	-	-

(3) $100 \leq b_1 \leq 130$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	o	x	o	x	x	o	x
効率性	x	-	x	-	-	o	-

(4) $130 \leq b_1 \leq 150$ のとき

協力構造	$\langle 0 \rangle$	$\langle 1 \rangle_1$	$\langle 2 \rangle_1$	$\langle 3 \rangle_1$	$\langle 1 \rangle_2$	$\langle 2 \rangle_2$	$\langle 3 \rangle_2$
安定性	o	x	x	x	x	o	x
効率性	x	-	-	-	-	o	-

5. おわりに

本研究では，共同事業に複数の代替案が存在する場
合に主体間で自発的に形成される協力構造の安定性及
び効率性と代替案の費用構造との関係について検討を
行った．その結果，代替案が存在しない場合と比べて代
替案が存在する場合，形成される協力構造が非効率と
なる状況が増減しうるが，その可能性は代替案の費用
構造に依存することを明らかにした．しかし，その結果
は pairwise 安定性の概念に依存すると考えられるため，
それ以外の均衡概念の下でのゲームを検討する必要が
ある．

¹⁾ Myerson, R.B. : Graphs and Cooperation in Game, Mathe-
matics of Operations Research, Vol.2, pp.225-229, 1977.