

P & B R 需要予測のための Paired-Combinatorial Logit と Cross-Nested Logit モデルの適用可能性

○ 熊本大学 学生員 吉田 貴博
熊本大学 正 員 溝上 章志

1. はじめに

自動車とバスと P&BR のような選択肢間の類似性を否定できない交通手段間の手段選択モデルに対して多項ロジット (MNL) モデルを適用すると, IIA 特性に起因する問題が生じる. Nested Logit (NL) モデルを適用する場合も, 通常, P&BR は transit の部分集合に含めるが, 端末部分は自動車利用であることから, 自動車と独立とした選択肢ツリーを仮定するのは適切でないかもしれない. 本研究では, ロジットモデルの計算の容易さを継承しつつ, IIA 特性の制約を緩和した Paired-Combinatorial Logit (PCL), および複数のネストに 1 つの選択肢が属することを許す Cross-Nested Logit (CNL) モデルの P&BR 需要予測への適用可能性について, 理論・実証の両面から検討を行う.

2. GEV モデルによる PCL と CNL モデルの導出

GEV (Generalized Extreme Value) モデルは次のように定義される. $y_1, y_2, \dots, y_m \geq 0$ なる変数に対して, 以下の性質をもつ関数 $G(y_1, y_2, \dots, y_m)$ を考える.

- ① 関数 G は非負
- ② G は $\lambda (\geq 1)$ 次の同次関数
- ③ $y_i \rightarrow \infty$ のとき G の極限は $+\infty$
- ④ $y_i (i = 1, 2, \dots, m)$ の任意の k 個の組み合わせについての G の偏微分は, k が奇数の場合は非負, l が偶数の場合は非正である.

ここで, y_i についての G の偏微分を G_i とし, G が上述した①~④の条件を満足するとき, 選択肢 i の選択確率 $P(i)$ は次式のような一般化された GEV モデルで表される.

$$P(i) = \frac{e^{V_i} G_i(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_j})}{l G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_j})} \quad (1)$$

ここで Euler の定理を用いると

$$P(i) = \frac{\exp[V_i + \ln G_i(\dots)]}{\sum_{j \in C} \exp[V_j + \ln G_j(\dots)]} \quad (2)$$

となる. 一般的には, ②の条件を $\lambda = 1$ の 1 次同次関数とした場合の定義が示されている.

PCL モデルでは, 上記の 4 条件 (②については 1 次同次) を満たす関数 G を次のように仮定する.

$$G(y_1, y_2, \dots, y_I) = \sum_{i=1}^{I-1} \sum_{j=i+1}^I l_{ij} [y_i^{1/l_{ij}} + y_j^{1/l_{ij}}]^{l_{ij}} \quad (3)$$

式(3)を式(1)に代入すると次の PCL モデルが導かれる.

$$P(i) = \frac{\sum_{j \neq i}^I l_{ij} e^{V_i/l_{ij}} (e^{V_i/l_{ij}} + e^{V_j/l_{ij}})^{l_{ij}-1}}{\sum_{k=1}^{I-1} \sum_{l=k+1}^I l_{kl} [e^{V_k/l_{kl}} + e^{V_l/l_{kl}}]^{l_{kl}}} \quad (4)$$

ここで, V_i は選択肢 i の効用の確定項, l_{ij} は選択肢 ij 間の類似性を示し, 相関係数 r_{ij} と $l_{ij} = \sqrt{1 - r_{ij}}$ の関係がある. PCL モデルは選択肢の全てのペアごとの類似性を考慮することにより, MNL モデルの IIA 特性を緩和するものである. この類似性パラメータ l_{ij} が $0 \leq l_{ij} \leq 1$ ならば, PCL モデルは効用最大化の枠組みの中にあり, 全ての ij ペア間の類似性パラメータが $l_{ij} = 1$ であるとき, PCL モデルは通常の MNL モデルに帰着する.

一方, CNL モデルは GEV モデルの 4 条件を満足する関数 G を

$$G(y_1, y_2, \dots, y_I) = \sum_m (\sum_{j \in C} a_{jm} y_j)^l \quad (5)$$

ただし, $0 \leq a_{jm} \leq 1$, $0 \leq l \leq 1$ のように仮定したものであり, これを式(2)に代入すると次に示す CNL モデルが導かれる.

$$P(i) = \frac{\exp[V_i + \ln \sum_m a_{im} (\sum_{k \in C} a_{km} e^{V_k})^{l-1}]}{\sum_{j \in C} \exp[V_j + \ln \sum_m a_{jm} (\sum_{k \in C} a_{km} e^{V_k})^{l-1}]} \quad (6)$$

ここで, C は全ての選択肢集合でその選択肢数は I である. また, a_{jm} は選択肢分布特性パラメータであり,

ネスト m ごとの選択肢 j の分布比率を示す。この a_{jm} により、CNL モデルは選択肢 j が 1 つ以上のネストに含まれることを許容する。 λ は前述と同じ類似性パラメータであり、 $\lambda=1$ のとき MNL モデルと一致する。また、手段 i が単一のネスト m だけに配置されている場合、つまり a_{im} が単一のネストだけに 1 の値を取り、他のネストには 0 の値をとる場合には、NL モデルと一致する。

3. モデルの推定と分析

(1) 使用データ

モデルの推定には、平成 8 年 1 月に熊本市で実施された P&BR システムに対する事前意向アンケート調査データを使用する。主な調査内容は、①現在の通勤状況、②現利用手段とその LOS、③代替の手段とその LOS、④代替マストラを基準に設定された 4 つの P&BR システム代替案と現利用手段との対比較、⑤個人の社会経済属性などである。利用可能な選択肢は自動車とバス、P&BR である。ただし、現利用手段が自動車の人については代替手段がバスについての LOS データが回答されていないので、④の P&BR に対する SP 質問の設定値を用いている。

(2) モデルの比較および考察

表-1 に MNL、PCL、NL および CNL モデルの推定結果を示す。なお、CNL モデルでは $a_{自動車, auto}$ と $a_{バス, transit}$ を 1.0 に、 $a_{自動車, transit}$ と $a_{バス, auto}$ を 0 と仮定し、効用関数のパラメータと選択肢分布特性パラメータを同時推定した。PCL モデルは効用関数のパラメータと類似性パラメータの一方を固定し、両方が収束

するまで繰り返し推定を行った。

得られたパラメータは自動車定数項の一部を除いて全て統計的に有意なものとなっている。PCL モデルと MNL モデルの推定結果を比較すると効用関数のパラメータ値はよく似た値となっている。類似性パラメータは $l_{自動車, バス}=1.0$ 、 $l_{自動車, P\&BR}=1.0$ であり、自動車とバス間、自動車と P&BR 間の類似性はともに低く、独立とみなしてよいという結果となった。一方、 $l_{バス, P\&BR}=0.450$ であり、バスと P&BR 間には類似性の存在が確認できた。最終尤度を比較すると、PCL モデルの適合度が向上している。

CNL モデルと NL モデルとでは効用関数のパラメータ値は非常に似かよった値となっている。これは CNL モデルにおける transit と auto における P&BR 分布の比率が 0.999:0.001 となり、NL モデルで事前に仮定した選択肢ツリーとほぼ同一の構造になっているためである。

以上より、PCL モデル、CNL モデルは通常の MNL モデルや NL モデルに比べて、自動車やバスと選択肢間に類似性を持つ P&BR の手段選択需要予測モデルとして適用可能性が高いといえる。その中でも、選択肢の類似性を事前に想定することなしに推定の結果から特定できる上、適合性も最も良い CNL モデルは特に有用である。

4. おわりに

本研究では、PCL と CNL モデルによる P&BR 需要の予測手法としての適用可能性を、MNL モデルおよび NL モデルとの比較により検証した。

表-1 モデルの推定結果

説明変数	MNL モデル	PCL モデル	NL モデル	CNL モデル
自動車定数項	0.055 (0.76)	-0.499 (7.23)	-2.15 (4.63)	-2.51 (4.57)
マストラ定数項	1.26 (15.51)	1.05 (13.75)	1.46 (9.80)	1.51 (9.26)
通勤時間	-0.036 (9.67)	-0.036 (9.91)	-0.078 (9.02)	-0.080 (9.07)
通勤費用	-0.719 (12.21)	-0.724 (12.50)	-1.700 (9.43)	-1.757 (9.57)
$l_{自動車, バス}$	1.000	1.000		
$l_{自動車, P\&BR}$	1.000	1.000		
$l_{バス, P\&BR}$	1.000	0.450		
l			0.37	0.33
$a_{P\&BR, transit}$				0.999
$a_{P\&BR, auto}$				0.001
サンプル数	2396	2396	2396	2396
初期尤度	-2632.3	-2632.3	-2632.3	-2632.3
最終尤度	-2062.2	-2056.1	-2039.4	-2037.4
尤度比	0.22	0.22	0.23	0.23

注)時間の単位は分、費用の単位は万円/月、()内の値はt 値を示す