

フラクタル解析を活用した軌道狂いの平坦性評価

(財)鉄道総合技術研究所 正会員 白川 龍生
北見工業大学 工学部 正会員 川村 彰

1. はじめに

営業線において不可避免的に発生する軌道狂いは、これまで主として狂いの大きさ及び発生箇所数を中心とした保守対策の議論がなされてきた。しかし近年の速度向上施策に伴い、この2点だけでは軌道上を走行する車両の走行安全及び乗り心地について評価するのは困難となったため、これに加え波長特性を一層重要視するようになった。

本研究は、波長特性を評価する際一般に用いられているPSD(Power Spectral Density)解析において、軌道波形の勾配が周波数の β 乗の傾きを保っている点に着目し、これを軌道の平坦性評価へ活用する方法について検討を行った。その結果、近年注目を集めているフラクタル幾何学がPSD解析と密接な関係を示していたことが判明した。またフラクタル解析が軌道狂いの標準偏差とも相関関係が強いことも明らかにしたことから、PSD解析及び標準偏差評価法に代替し得る新たな軌道の平坦性評価手法としての可能性を示唆した。

加えて従来のPSD解析では困難であった局所的な自己相似性について、その視覚的な理解度が高いとされている連続Wavelet解析を実施し、その有用性を確認したので、併せてここに報告する。

2. 軌道狂いのフラクタル解析

本研究では、軌道保守作業の大半を占める高低狂いについてPSD解析を行い、フラクタル次元により評価した。

ここでフラクタルとは非線形力学系を扱う理論であり、自己相似性(任意の部分を拡大すると、元と同形になる性質)を持ち不規則な形状を有する図形について、非整数次元(フラクタル次元)で表示する幾何学のことをいう。フラクタル次元により、複雑さを示す図形を定量化することが可能となる。

フラクタル図形の特徴として、分布が両対数グラフでの勾配が直線的になり、数式で表現すると関数型がいつまでもベキ乗となる点が挙げられる。これは軌道狂いの波長特性を把握するために用いているPSD解析との相関が高いことを意味する。

更にフラクタル図形は空間変動が非整数ブラウン運動に従うという性質を有することから、連続的に非整数回微積分が可能となり、PSD解析で求まる勾配 β からフラクタル次元 D を式(1)で算出することができる。

$$\beta = 2E_u - 2D + 3 \quad \dots \dots (1)$$

ここで、 E_u : 位相次元(本研究では $E_u=1$)である。式(1)を用いて勾配 β からフラクタル次元を算出する。本研究の対象区間はロングレール交換を実施した箇所、施工前の定尺構造の軌道状態を図-1に、施工後のロングレール構造を図-2に示す。

図-1において、累乗近似による回帰式 f の勾配は $\beta = -1.68$ であり、式(1)より $D=1.66$ と求まる。 $D=1.66$ という次元は、直線($D=1$)に比べはるかに複雑であるが、平面($D=2$)を充填するほどの形状ではないことを意味する。次に施工後の図-2は $\beta = -1.84$ であり、 $D=1.58$ と算出された。施工前の図-1と比較すると、継目に生じる落込み等の凹凸が除去されたため、軌道が平坦になったと考察することができる。

同様の方法で、北海道の根室本線(3級線)におけるフラ

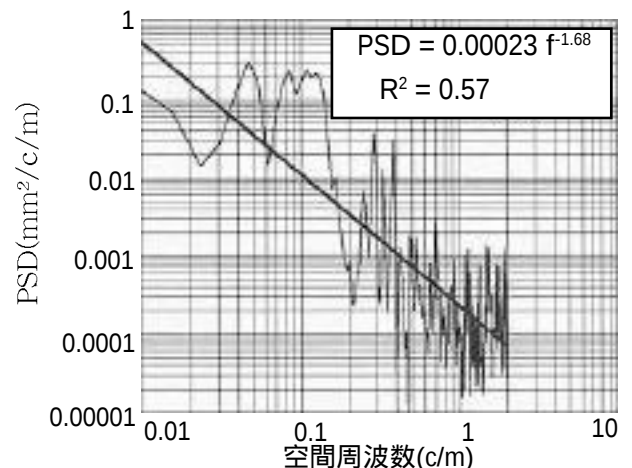


図-1 PSD解析結果(施工前)

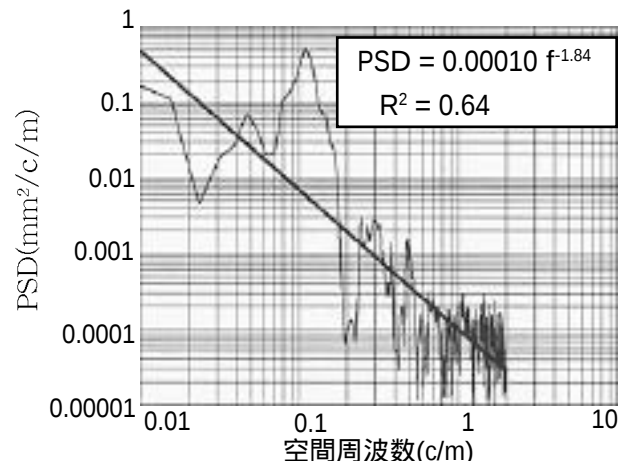


図-2 PSD解析結果(施工後)

キーワード: フラクタル次元、PSD解析、連続Wavelet解析

連絡先: 〒185-8540 東京都国分寺市光町2丁目8-38 (TEL:042-573-7277、FAX:042-573-7296)

クタル次元Dを算出した。測定データは定尺区間の高低狂い（各L=128m）を用い、任意抽出したデータについて平均値を取りPSD解析を行った。この結果、根室本線における定尺レール区間では -1.7 前後であり、そのフラクタル次元は $D=1.5 \sim 1.7$ の範囲に収束することが判明した（図-3： $R^2=0.85$ ）。また図-3のデータを用いてDと の関係を算出したのが図-4である。これにより、Dと の回帰式は1次式の関係があり、Dが高くなる（複雑性が増す）と も比例して増大することが明らかとなった。要約すると、フラクタル次元の導入により、軌道狂いの平坦性について従来のPSD解析及び標準偏差評価法の両者を含有した定量的手法が可能となる。

現段階ではまだ適用例が少ないため、今後PSDの大小様々なレベルにおいてDを算出し、車両に与える影響を軽減するための軌道整備の範囲を定めたフラクタル指標を算出する必要がある。

3．連続 Wavelet 解析によるフラクタル性の評価

PSD解析を活用したフラクタル性の評価は比較的大域な範囲であるが、局所的な自己相似性については連続Wavelet解析が評価手法として適していることから、ここに軌道狂いの連続Wavelet解析結果を報告する。

Wavelet解析は、測定データに含まれる異常性の検出・位置の同定等、その応用範囲は理論から実際まで多岐にわたる解析手法である。Wavelet解析はその解析用途別に連続Wavelet解析と離散Wavelet解析に大別される。前者は信号の特性（パターン）を導出する場合などに、後者は信号のノイズ除去や異なる性質を持つ信号の分離・比較を行う場合などに用いられる。本研究では、前者の連続Wavelet解析を扱う。変換式を式（2）に示す。

$$(W_f f)(b,a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\hat{\psi}\left(\frac{x-b}{a}\right)} f(x) dx \quad \dots (2)$$

ここで、 ψ ：基底関数となるマザーウェーブレット、 a ：伸縮量、 b ：平行移動量を示す。

図-1,2で用いた工事の施工前後比較を連続Wavelet解析により評価し、図-5,6の結果を得た。図-5,6において値の大きさと位相をそれぞれ明暗と色相により表示している。照度の高いほど振幅の大きい事を示す。同じ明るさから形成される輪郭内に、また同様の輪郭が出現しており、局所的に自己相似性が確認できる。施工前に比べ、施工後は振幅が小さくなり、スケール（解像度）が大きい部分まで自己相似形状となり、全般にパワーのむらが少なくなり平坦性が増していることが確認される。

4．参考文献

- 1）小川、阿部：舗装の縦断凹凸のフラクタルによる評価（1994）土木学会論文集 No.490 / V-28
- 2）佐藤：新軌道力学（1997）鉄道現業社
- 3）武者：ゆらぎの世界（1980）講談社

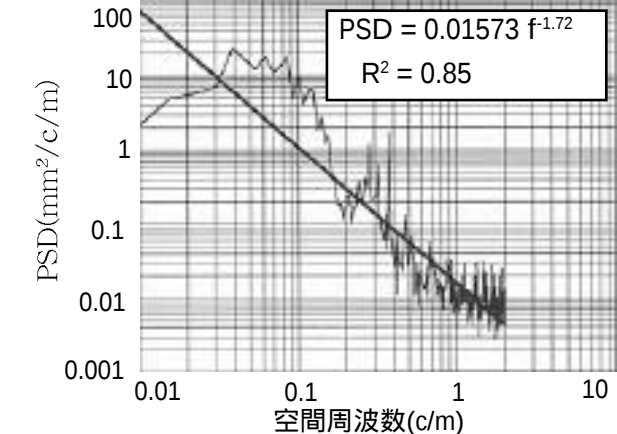


図-3 PSD解析結果(根室本線定尺区間)

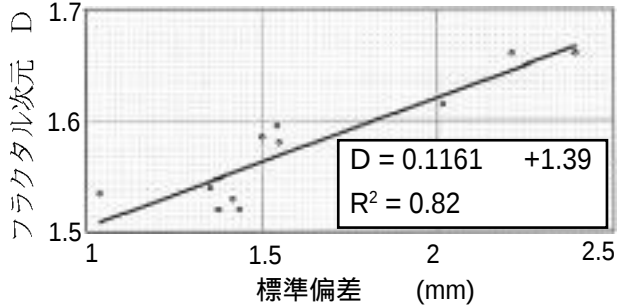


図-4 Dと の相関（根室本線定尺区間）

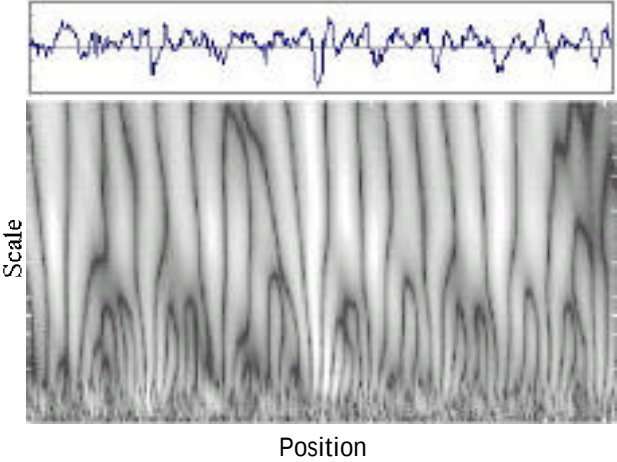


図-5 連続Wavelet解析結果（施工前）

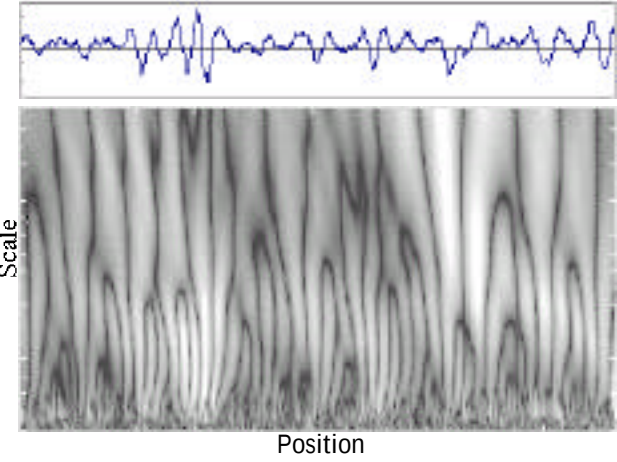


図-6 連続Wavelet解析結果（施工後）