

防災投資が経済成長に与える影響に関するモデル分析

京都大学大学院 学生員 五十部 渉
京都大学防災研究所 正員 多々 納裕一
京都大学防災研究所 正員 岡田 憲夫

1. はじめに

本研究では、災害による生産資本の被害を考える。災害により生産資本が被害を受けた場合、復旧のために資源が必要となる。これは損傷した生産資本の量に依存する。さらに、生産資本の復旧には長期の期間を要する場合が多い。このため、長期的な消費水準の減少が生じることになる。防災投資を行えば、災害時に損傷する生産資本を減少させることができる。このことは、復旧に要する資源を減少させるのみならず、生産資本の復旧経路にも影響を与えることになる。このような影響を分析するためには、生産資本の復旧過程を明示的に考慮する必要がある。本研究では、最適な復旧過程が実現するものと仮定し、防災投資が経済成長等に与える長期的な影響について分析する。

2. 定式化

本研究では生産資本の蓄積・復興過程を最適成長モデルにより表現する。すなわち、家計の生涯期待効用を最大化するような社会計画者を想定する。これは、以下のような最適制御問題として定式化される。

$$W(K_0) = \max_{\{x_t\}} E \left[\int_0^\infty u(x_t) \exp(-\alpha t) dt \right] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } x_t \in \begin{cases} \dot{K}_t = f(K_t^+) - x_t - aK_t^+ \\ K_t^+ = \omega_t K_t, \quad K_{t=0} = K_0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} K_t u'(x_t) \exp(-\alpha t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{, where } \omega_t = \begin{cases} \delta & (\text{if } t = T_1, T_2, \dots) \\ 1 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 E は期待値操作を表す。 $u(x_t)$ は家計の瞬間的効用関数であり、新古典派の仮定を満たすとする。 $W(K_0)$ は、時刻 0 において生産資本 K_0 をもつときに達成可能な家計の生涯期待効用の最大値を表し、最適値関数と呼ばれる。生産関数 $f(K_t)$ は準凹な増加関数であり、稻田条件を満たすとする。 x_t, I_t を一

家計当たりの消費量、生産資本投資量とすれば、資源制約式 $f(K_t) = x_t + I_t$ が成り立つ。災害が発生しない場合、生産資本は投資量 $I_t = f(K_t) - x_t$ により増加する。ただし、生産資本は a の割合で減耗する。

また、 $T_1, T_2, \dots$ は、災害の到着時刻を表している。災害の発生は平均到着率 λ のポアソン過程に従うものと仮定する。このとき、隣り合う被災時間の間隔 $l_n = T_{n+1} - T_n$ は独立かつ同一の指数分布に従う確率変数である。このことから、問題の初期時点は任意にとることができる。被災時刻の直前における生産資本の水準が K であったとき、各時刻において、生産資本は δK に減少するものとする。ただし、 $0 \leq \delta \leq 1$ である。本研究では、災害による被害の大きさは確定的であるとする。

社会計画者は、 $W(K)$ が最大となるような消費の系列 x_t を求める。ただし消費には、式 (2) で表される、以上で説明した制約が課せられる。

任意の時点の問題の初期時点にとることができるため、先の問題は、ある時点から一度災害が発生するまでの問題として考えることができる。この間隔 l は指数分布に従う確率変数である。被災以降の問題は、 δK_t を初期値とする同様の問題とみなせる。すなわち、被災以後に得られる生涯期待効用は $W(\delta K_t)$ により表される。また、災害が時刻 l において初めて生起する確率は λ である。これらから、先の問題は以下のように書き直すことができる。

$$W(K) = \max_{\{x_t\}} E_l \left[\int_0^l \{u(x_t) + \lambda W(\delta K_t)\} e^{-\alpha t} dt \right] \quad (4)$$

$$\text{s.t. } \dot{K}_t = f(K_t) - x_t - aK_t \quad (5)$$

時刻 t において災害が発生していない確率は $\exp(-\lambda t)$ で表される。従って、式 (4) は、次のように書き直すことができる。

$$W(K) = \max_{\{x_t\}} \left[\int_0^\infty \{u(x_t) + \lambda W(\delta K_t)\} e^{-(\alpha+\lambda)t} dt \right] \quad (6)$$

s.t. 式 (5)

Key Words: 復旧・復興, 防災投資, 生産資本, 最適成長モデル

〒 611-0011 京都府宇治市五ヶ庄

TEL: 0774-38-4038

FAX: 0774-38-4044

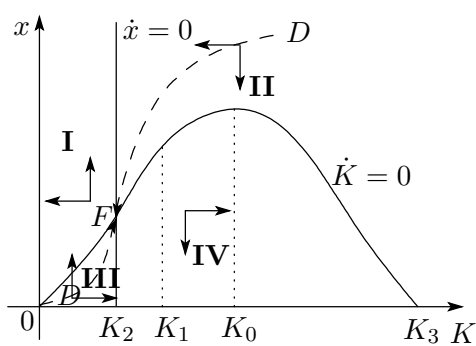


図-1 災害危険下での位相図

このように，不確実性のない無限期間の問題に書き直すことができる．ただし，最適値関数が再帰的に定義される点において通常の最適制御問題と異なる．

3. 災害危険下の経済

2. で定式化した問題を解くことにより，以下のような消費の変化を表す微分方程式を得る．

$$\dot{x} = -\frac{u'(x)}{u''(x)} \left\{ f'(K) - \lambda \frac{W(K) - \delta W_K(\delta K)}{W_K(K)} - \alpha - a \right\}$$

これは，通常の新古典派の成長モデルに $-\lambda \frac{W(K) - \delta W_K(\delta K)}{W_K(K)}$ の項が加わった形となっている．

この問題の位相図を書くと図 1 のようになる．最適成長経路は点線 DFD で描かれている．初期生産資本水準が K_2 よりも小さいと仮定すれば，時間とともに点 F に近づいていく．ただし，災害時には不連続に左下方に移動し，そこから再び点 F に近づいていくことになる．一旦，点 F に達すれば，災害が発生するまでそこに留まることになる．この点 F に対応する生産資本 K_2 ，消費水準に着目する．災害危険性のない場合には K_1 がそのような生産資本水準となる．簡単な計算から， $K_2 \leq K_1$ となることが示せる．すなわち，災害危険性が存在する場合の方が，しない場合と比較して長期的に到達することになる生産資本水準は小さくなる．同様に，消費水準も災害危険下の方が小さくなることが分かる．

4. 防災投資のもたらす影響

防災投資を行うことにより，災害時に損傷する生産資本の割合 δ を減少させることができる．このことは図 2 のように曲線 $\lambda \frac{W(K) - \delta W_K(\delta K)}{W_K(K)}$ をシフトさせることになる．ただし，その方向は以下で説明するように家計の選好構造に依存する．

防災投資を行えば，災害前後の消費の減少幅が小さくなる．相対的危険回避性が強い場合，家計は極

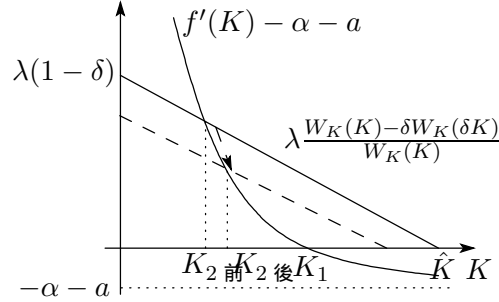


図-2 防災投資による K_2 の変化 (危険愛好的のとき)

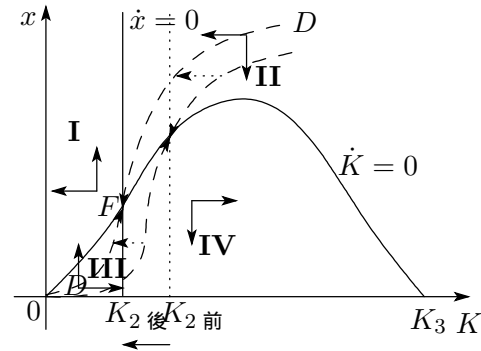


図-3 防災投資による位相図の変化 (危険回避的のとき)

端な消費の減少を嫌うが，防災投資によりこの減少幅は小さくなる．平常時の生産資本水準を小さくすれば通時的により平均的な消費を行うことが可能となるため，より小さい K_2 が最適となる．消費水準についてもより小さくなる．この場合，位相図は図 3 のように変化する．これから分かるように，同じ生産資本をもつときの消費水準が高くなり，経済成長の速度は低下する．

相対的危険愛好在強い場合，家計は消費の時間的タイミングに関して無差別となる．すなわち，災害後の消費水準が小さくても，通常での消費水準が高ければ厚生水準は高い．防災投資を行えば，災害後の消費水準の減少が小さくなるため，図 2 のように，より大きい K_2 が最適な生産資本水準となる．

5. 結論

以上，本研究では，防災投資が経済成長等を与える影響について分析した．災害危険下における消費水準は，災害危険性のない場合のそれよりも低くなる．また，防災投資を行った場合，この消費水準は，家計の相対的危険回避度に依存して変化することになることを示した．今後は，防災投資の便益評価を行いたいと考えている．

参考文献

- 1) 五十部渉：災害危険性を考慮した経済成長に関するモデル分析，京都大学大学院修士論文，2000.