

防災投資による可逆的リスクの軽減便益

京都大学大学院 学生会員 横松 宗太

京都大学大学院 正会員 小林 潔司

1. はじめに

災害により家計の家屋や家財に損壊や損失が生じても、再び資産を形成することにより元の状態に復帰することが可能である。本研究では災害による物的被害リスクを可逆的リスクと位置づける。そして物的被害リスクに直面する家計の長期的消費・資産形成や保険の購入行動を表す動学的消費モデルに基づいた、防災投資の経済効果を計測するための方法論を提案する。またある河川を対象に実際に治水投資便益を計測する。

2. 災害事象の到着

現在時点 $t=0$ を起点とする時間軸を考え、無限期間 $[0, \infty)$ にわたる家計行動に着目する。災害の到着はポワソン確率過程に従うとする。期間 $[t, t+dt]$ における災害事象の到着率 $\bar{\mu}$ は次式で表される。

$$\bar{\mu}dt = \{\phi(t)/(1 - \Phi(t))\}dt \quad (1)$$

$\Phi(t)$ は期間 $[0, t]$ の災害生起確率であり、 $\phi(t)$ はその確率密度関数である。また、家計が災害時に $\alpha_j (0 \leq \alpha_j \leq 1)$ の割合の物的資産を失うことをランク $j (j=1, \dots, J)$ の被災と呼ぶ。ランク j の被災の確率を q_j で表す。

$$q_j \geq 0 \quad \sum_{j=1}^J q_j = 1 \quad (2)$$

防災施設は被害率 α_j を制御するものと考え、防災施設の整備水準 x に対して被害率 $\alpha_j(x)$ は $d\alpha_j(x)/dx \leq 0$ を満足すると仮定する。

3. 資産の蓄積過程の定式化

家計の時刻 t における物的資産、金融資産の保有水準をそれぞれ $s(t), m(t)$ により表そう。時刻 $\theta_i (i=1, 2, \dots)$ にランク j の災害が生起すると、家計は $\alpha_j s(\theta_i)$ の物的資産を損失する。同時に家計は保険金 $\beta(\theta_i)\alpha_j s(\theta_i)$ を受け取る。当該社会では掛け捨て型の損害保険が利用可能であり、 $\beta(t)$ は毎期家計により選択される契約率である。保険料 $p(t)$ は $p(t) = \varepsilon \sum_{j=1}^J \beta(t)\bar{\mu}q_j\alpha_j s(t)$ により与えられる。すなわち期待保険金支給額に、集合リスクに対するプレミアム ε をマークアップした水準に決定される。ただし $\mu_j = \bar{\mu}q_j$ である。物的資産 $s(t)$ と金融資産 $m(t)$ の蓄積過程は次式により規定される。

$$\dot{s}(t) = z(t) - \delta s(t) \quad (3)$$

$$\dot{m}(t) = r(t)m(t) + y(t) - c(t) - z(t) - p(t) \quad (4)$$

$r(t)$ は金融資産の収益率、 $y(t)$ は所得、 $c(t)$ は消費水準、 $z(t)$ は物的資産への投資額、 δ は物的資産の減価償却率

を表す。時刻 θ_i においては以下のように表現できる。

$$s(\theta_i : j) = s(\theta_i^-) - \alpha_j(x)s(\theta_i^-) + z_j(\theta_i) \quad (5)$$

$$m(\theta_i : j) = m(\theta_i^-) + \beta(\theta_i)\alpha_j s(\theta_i^-) - z_j(\theta_i) \quad (6)$$

総資産 $w(t) (= s(t) + m(t))$ の蓄積過程、ランク j の被災時の水準はそれぞれ以下のように表現できる。

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - p(t) - (r(t) + \delta)s(t) \quad (7)$$

$$w(\theta_i : j) = w(\theta_i^-) - (1 - \beta(\theta_i))\alpha_j(x)s(\theta_i^-) \quad (8)$$

4. 区分的家計行動の定式化

家計は初期時点において1回目の災害が時刻 $T (= \theta_1)$ に生起するまでの消費計画をたてる。 T にランク j の被災をすることによって総資産が $w(T : j)$ に変化する。第1期の終端時刻 T の総資産 $w(T : j)$ は関数 $v(w(T : j))$ により評価される。また家計は毎時 $c(t)$ と $s(t)$ により効用を獲得する。瞬間的効用関数は $u(c(t), s(t))$ と表される。家計の一般化効用関数を $U(t) = u(c(t), s(t)) + \sum_{j=1}^J \mu_j v(w(t : j))$ のように定義すると、第1期の期待効用最大化問題は以下のように表される。

$$\max_{\gamma(t)} \left\{ \int_0^T U(t) \exp(-\eta t) dt \right\} \quad (9)$$

subject to

$$w(t : j) = w(t) - (1 - \beta(t))\alpha_j s(t) \quad (10)$$

$$\dot{w}(t) = r(t)w(t) + y(t) - c(t) - p(t) - \kappa(t)s(t) \quad (11)$$

$$w(0) = w_0 \quad (12)$$

$$0 \leq \beta(t) \leq 1 \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) \exp(-\eta t) = 0 \quad (14)$$

$\gamma(t) = \{c(t), \beta(t), s(t)\}$ は時刻 $t \in [0, T)$ の制御変数ベクトルである。主観的割引率 $\eta (= \rho + \bar{\mu})$ は主観的時間選好率 ρ と災害到着率 $\bar{\mu}$ の和により表される。 $\kappa(t) (= r(t) + \delta)$ は物的資産の瞬間的保有費用である。

5. 無限期間最適消費問題と最適値関数

第2期以降の家計行動も同様に定式化できる。確率的に到着する任意の $\theta_1 (\theta_1 \geq 0)$ について第2期の初期富 $w(\theta_1 : j)$ を定義できる。そして時刻 θ_1 以降の任意の時刻 $\tau (\tau \geq \theta_1)$ における最適制御 $\gamma^*(\tau | w(\theta_1 : j)) = \{c^*(\tau | w(\theta_1 : j)), s^*(\tau | w(\theta_1 : j)), \beta^*(\tau | w(\theta_1 : j))\}$ が既知であると仮定する。初期条件 $w(\theta_1 : j)$ の下で達成される期待生涯効用の上限値を最適値関数 $V(w(\theta_1 : j))$ で表現する。最適制御系列 $\tilde{\gamma}(t)$ は以下のように表される。

$$\tilde{\gamma}(t) = \begin{cases} \gamma(t) & t < \theta_1 \\ \gamma^*(t | w(\theta_1 : j)) & t \geq \theta_1 \end{cases} \quad (15)$$

状態変数 $w(\theta_1 : j)$ に関する最適値関数 $V(w(\theta_1 : j))$ を導入し、被災後の最適行動を再帰的に定式化することによって、無限期間の最適消費問題を第1期の最適消費問題と同様に考えることができる。その結果、初期富 w_0 に関する最適値関数 $V(w_0)$ は次のように定義される。

$$V(w_0) = \max_{\gamma(\tau)} \left\{ \int_0^\infty \{u(c(t), s(t)) + \sum_{j=1}^J \mu_j V(w(t : j))\} \exp(-\eta t) dt \right\} \quad (16)$$

無限期間最適消費問題は、任意の w に関して関数方程式を満足する最適値関数 $V(w)$ を求める問題に帰着する。

6. 費用便益ルールの導出

初期時点の最適値関数を $V(w_0 : x)$ と書き改めよう。 x は防災施設の整備水準であり、関数 $V(w_0 : x)$ は x に関して連続的に変化すると仮定する。防災投資 $dx(=x^1 - x^0)$ が行われ、防災施設水準が x^0 から x^1 に変化したとする。等価変分 dEV は次式で定義される。

$$V(w_0, x^1) = V(w_0 + dEV, x^1 - dx) \quad (17)$$

これより以下の費用便益ルールが導かれる。

$$dEV = \{V_x^0 / V_{w_0}^0\} dx \quad (18)$$

$$V_x^0 = \int_0^\infty \left\{ -\varepsilon V(t)_w^0 \sum_{j=1}^J \mu_j \alpha_{jx}^0 \beta^* s^* - \sum_{j=1}^J \mu_j V_{w(t;j)}^0 \alpha_{jx}^0 (1 - \beta^*) s^* + \sum_{j=1}^J \mu_j V(t : j)_x^0 \right\} \exp(-\eta t) dt \quad (19)$$

記号*は最適解を示す。また下付 $w_0, w, w(t : j), x$ はそれぞれ $w_0, w(t), w(t : j), x$ による偏微分を表し、上付き0は微係数を (w_0, x_0) において評価することを意味する。また $V(t : j)_x^0 = \delta V(w^*(t : j) : x^0) / \delta x$ は最適値関数の x の変化に沿った変分である。

式(19)の右辺第1項は通時的な保険料の減少効果である。すなわち防災投資による災害時の被害率の減少は、保険料率の減少を通じて家計の可処分所得を増加させ、総資産形成過程を上方にシフトさせる。この効果を「資産の高度化効果」と呼ぶこととする。一方、右辺第2項は災害時の被害状況 j に依存した被害額の減少効果である。防災投資による災害時の損失の減少は、被災後の資産の再形成をより大きな資産水準から再出発させる効果をもつ。この効果を「事後的被害の減少効果」と呼ぶこととする。第3項は防災投資により最適値関数自体がシフトすることにより生じる効果であり、式(19)自体を逐次適用し反復的に展開していけば、第1項「資産の高度化効果」と第2項「事後的被害の減少効果」にグルーピングされる。

また、Hamilton-Jacobi 方程式より保険契約率に関する最適化条件を求めると、 $\varepsilon = 1$ のときのみ $\beta^*(t) = 1$ が最適となる。その結果、損害保険が完備した社会では式(19)の右辺第2項が消滅し、防災投資の便益は「資産の高度化効果」のみによって評価される。期待被害軽減額

を用いた伝統的な防災便益評価はこの前提に基づいていることがわかる。また、大規模災害に対する損害保険が利用不可能な社会では $\beta^*(t) = 0$ であり、防災投資の便益は「事後的被害の減少効果」に集約される。

7. 治水投資の便益計上事例

実在のA川を対象に、ある想定破堤地点における治水投資に対する家計の支払い意思額を算出しよう。家計の瞬間的効用関数は Cobb= Douglas 型で与える。

$$u(c(t), s(t)) = a \ln c(t) + (1 - a) \ln s(t) \quad (20)$$

$a(0 < a < 1)$ は家計の選好特性を表す外生的パラメータである。家計の被災ランクは1/50年規模、1/100年規模の2種類に限定する。A川の現在の治水施設の整備水準は1/40年確率流量規模に相当し、今後1/100年確率流量規模の整備が計画されている。そこで1/40年から1/100年計画への追加的投資がもたらす経済便益を算出しよう。紙幅の制約上、細部の条件設定や計算結果は発表時に報告する。表1.に氾濫原のあるメッシュに居住する一家計の支払い意思額を示す。

表1. 代表メッシュの1家計の支払い意思額
単位: 千円 斜体は比率

条件設定		
初期物的資産額 $s(0)$	家屋資産	30,896
	家財資産	14,893
初期金融資産額 $m(0)$		8,321
合成被害率		0.397
計算結果		
パラメータ a		0.47
case($\varepsilon=1$)		5,676
case($\varepsilon=1.003$)		
保険契約率 $\beta^*(t)$		0.96
資産の高度化効果		3,299
事後的被害の減少効果		2,394
総便益		5,693
case(保険なし)		6,169

リスクの小さいメッシュに居住する家計ほど最適な保険契約率が低く、「事後的被害の減少効果」の支払い意思額に占める割合が大きくなる。また、治水施設水準の上昇により物的資産 $s(t)$ の成長パスは一定比率で上方にシフトし、金融資産 $m(t)$ のパスは下方にシフトする。総資産 $w(t)$ や消費 $c(t)$ は変化しない。すなわち本事例において治水投資は直接的には資産配分のみを変化させるが、効用 $u(c(t), s(t))$ に計上される物的資産水準 $s(t)$ を増加させることによって生涯効用を増加させる。

8. おわりに

災害リスクに対する損害保険市場が未成熟な現段階において伝統的な方法を用いれば、防災投資の便益を過小評価する可能性がある。今後、水害保険市場が発展して的確な ε の値が観察されるようになれば、より正確な治水投資便益の計測が可能になると思われる。