

1. はじめに

静水圧依存の降伏関数として広く用いられている代表的なものの一つに等方性材料に対する Drucker-Prager の降伏関数があり，異方性材料に対しては，Tsai や Pariseau の降伏関数などが提案されている．

著者らは，すでに等方性材料から岩盤材料のように複雑な強度異方性を示す材料に対してもその適用範囲を広げるために，静水圧依存型の異方性降伏関数を従来の基本的な降伏関数の自然な拡張として提案した．本文では，提案した異方性降伏関数を用いて地盤の掘削問題を解析するためのソフトウェアを開発し，かつ強度異方性を有する岩盤の掘削問題に対する適用性を具体的な数値計算に基づいて考察した．

2. 異方性降伏関数

異方性の影響が降伏関数を表す応力空間の基底に現れるものとした異方性降伏関数を式(1)で与えた．(圧縮を正とする)ここで，式(1)をマトリックス表示したものを式(2)とする．

$$f = [(\beta_1 \sigma'_{11} - \beta_2 \sigma'_{22})^2 + (\beta_2 \sigma'_{22} - \beta_3 \sigma'_{33})^2 + (\beta_3 \sigma'_{33} - \beta_1 \sigma'_{11})^2 + \beta_4^2 \sigma'^2_{12} + \beta_5^2 \sigma'^2_{23} + \beta_6^2 \sigma'^2_{31}]^{1/2} - (\alpha_1 \beta_1 \sigma'_{11} + \alpha_2 \beta_2 \sigma'_{22} + \alpha_3 \beta_3 \sigma'_{33}) = \kappa_c \quad (1)$$

$$\{A\} = [\alpha_1 \beta_1, \alpha_2 \beta_2, \alpha_3 \beta_3, 0, 0, 0]^T$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 2\beta_1^2 & -\beta_1\beta_2 & -\beta_1\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_2\beta_1 & 2\beta_2^2 & -\beta_2\beta_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_3\beta_1 & -\beta_3\beta_2 & 2\beta_3^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_4^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_5^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_6^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$f = \sqrt{\{\sigma'\}^T [B] \{\sigma'\}} - \{A\}^T \{\sigma'\} = \kappa_c$$

3. 降伏関数の座標変換

式(1)または式(2)の降伏関数は，材料座標系での表示であり，有限要素プログラムに組込むには全体座標系に変換する必要がある．応力の座標変換マトリックスを $[T_\sigma]$ とすると，全体座標系での応力 $\{\sigma\}$ は次のように表せる．

$$\{\sigma'\} = [T_\sigma] \{\sigma\} \quad (3)$$

上式を式(2)に代入することにより，全体座標系の降伏関数は次のようになる．

$$F = \sqrt{\{\sigma\}^T [T_\sigma]^T [B] [T_\sigma] \{\sigma\}} - \{A\}^T [T_\sigma] \{\sigma\} = \kappa_c \quad (4)$$

ここで，材料座標系での材料マトリックスを $\{A\}$ ， $[B]$ とし，全体座標系での異方性マトリックスを $\{\bar{A}\}$ ， $[\bar{B}]$ として，次のように置く．

$$[\bar{B}] = [T_\sigma]^T [B] [T_\sigma] \quad , \quad \{\bar{A}\}^T = \{A\}^T [T_\sigma] \quad (5)$$

したがって，全体座標系での降伏関数は次のように表される．

$$F = \sqrt{\{\sigma\}^T [\bar{B}] \{\sigma\}} - \{\bar{A}\}^T \{\sigma\} = \sqrt{J_{2D}} - \bar{J}_1 = \kappa_c \quad (6)$$

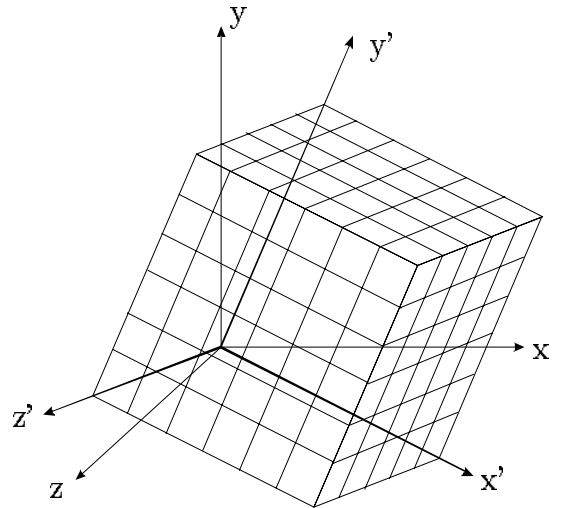


図1．全体座標系と材料座標系

4. 硬化型異方性降伏関数

完全塑性材料に対する式(6)の降伏関数を，硬化型異方性降伏関数として拡張するために，式(6)の展開形式を次式のように表わす．

$$F = [(\bar{\beta}_1\sigma_{11} - \bar{\beta}_2\sigma_{22})^2 + (\bar{\beta}_2\sigma_{22} - \bar{\beta}_3\sigma_{33})^2 + (\bar{\beta}_3\sigma_{33} - \bar{\beta}_1\sigma_{11})^2 + \bar{\beta}_4^2\sigma_{12}^2 + \bar{\beta}_5^2\sigma_{23}^2 + \bar{\beta}_6^2\sigma_{31}^2]^{1/2} - (\bar{\alpha}_1\bar{\beta}_1\sigma_{11} + \bar{\alpha}_2\bar{\beta}_2\sigma_{22} + \bar{\alpha}_3\bar{\beta}_3\sigma_{33}) - \kappa_c = 0 \quad (7)$$

応力状態 σ_{ij} を単軸応力状態 σ_ξ と等価にさせた応力を，ここで $\bar{\sigma}_\xi$ とすると，式(7)の相当応力は，次のようになる．

$$\bar{\sigma}_\xi = \frac{\sqrt{J_{2D}} - \bar{J}_1}{\bar{\beta}_\xi(\sqrt{2} - \bar{\alpha}_\xi)} ; (\xi = 1 \sim 3) \quad (8)$$

また，相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_\xi^p$ は，相当応力と相当塑性ひずみによる塑性仕事 $\bar{\sigma}_\xi d\bar{\varepsilon}_\xi^p$ が実際の塑性仕事 $dW^p = \sigma_{ij}d\varepsilon_{ij}^p$ と等価な量となるように選ぶことにより，次式で与えられる．

$$d\bar{\varepsilon}_\xi^p = \frac{\bar{\beta}_\xi(\sqrt{2} - \bar{\alpha}_\xi)}{\sqrt{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}} \cdot \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (9)$$

降伏後の相当応力 - 相当塑性ひずみ曲線の傾きを H' とすると，ひずみ硬化を考慮した式(8)の相当応力は相当塑性ひずみの関数として次式のように表せる．

$$\bar{\sigma}_\xi = \frac{1}{\bar{\beta}_\xi(\sqrt{2} - \bar{\alpha}_\xi)} \kappa_c + H' \int d\bar{\varepsilon}_\xi^p \quad (10)$$

したがって，硬化型の異方性降伏関数は，式(10)を式(8)に代入することによって，次式のように与えることができる．

$$F(\sigma_{ij}, \bar{\varepsilon}_\xi^p) = \sqrt{J_{2D}} - \bar{J}_1 - \left\{ \kappa_c + \bar{\beta}_\xi(\sqrt{2} - \bar{\alpha}_\xi) H' \int d\bar{\varepsilon}_\xi^p \right\} = 0 \quad (11)$$

5. 解析結果の比較・考察

異方性岩盤の掘削問題の一例として，地下空洞の掘削解析を実施した．解析モデルを図2に，相当塑性ひずみ分布を図3に示す．層理角 $0^\circ \cdot 90^\circ$ では左右対称に塑性域が発生するが，側壁面に沿った層理面となる 90° の結果はそれと直交とする 0° 方向に比べて不安定となる傾向にある．層理角 $30^\circ \cdot 60^\circ$ の塑性域は，流れ目となる空洞右側面とアーチ部の左側に集中した非対称分布を示している．また，空洞周辺の塑性領域は，層理角の増大に伴い非対称性を増しつつ拡大し， 60° 付近で最も不安定となる．これらの現象は，実験を通じて確認する必要があるが，本解析プログラムによって，強度異方性を表現した解析が可能であることが分かる．

6. あとがき

本研究では，静水圧依存の硬化型異方性降伏関数を用いた岩盤の掘削問題について数値解析を行い，層理角度の違いによる力学的挙動をある程度表現することができることを示した．今後は，掘削による緩みを取り入れたプログラムの開発や実現場における計測値との比較・検討から，本手法の妥当性を検証して行く必要がある．

参考文献

- 1) 高橋寛：硬化型異方性降伏関数の定式化と適用性に関する研究，法政大学 1997 年度修士論文
- 2) O.C.Zienkiewicz, Y.K.Cheung：THE FINITE ELEMENT METHOD IN STRUCTURAL AND CONTINUUM MECHANICS, McGraw-Hill. 1967
- 3) 川本眺万，吉中龍之進，日比野敏：新体系土工学 20 岩盤力学，技報堂出版，1985．

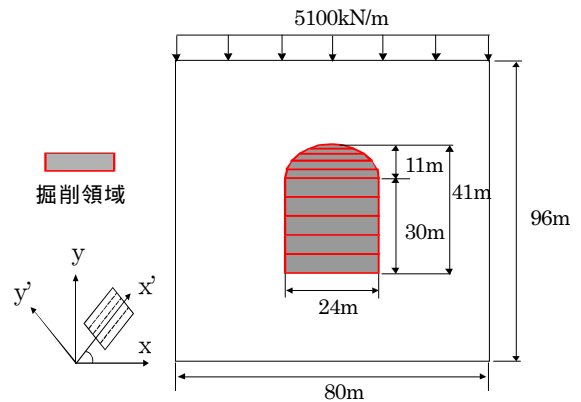


図2．解析モデル

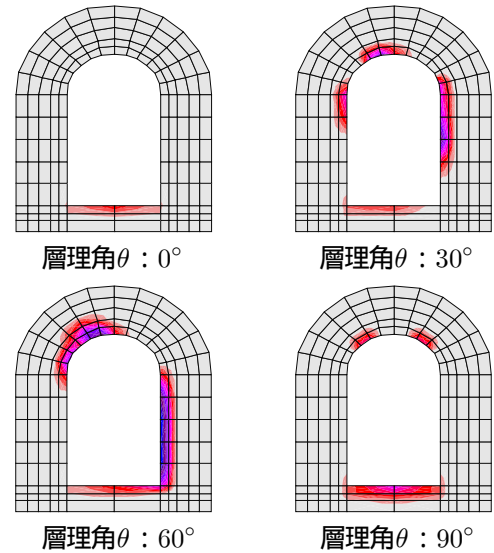


図3．掘削域周辺の相当塑性ひずみ分布図