

不十分な観測情報に基づく地下水位分布推定時の cokriging 効果

京都大学大学院農学研究科 ○ 浜口 俊雄
近畿大学農学部 長谷川 高士
京都大学大学院農学研究科 青山 成康

1. はじめに

或る時刻の地下水位の空間分布を観測井の計測水位データから推定することは地下水の流況管理において重要な資料となる。しかし観測井の幾つかが計測不能に陥る、または、始めから観測数が少ない場合、観測情報の不足から推定精度の低下が生じることは想像に難くない。本研究では、水位分布推定に対して地盤統計学的アプローチに着目し、上記問題での精度低下の緩和を期待して、不透水性基盤層標高(基盤高)との相互相関性が補助的に最大限活用できる cokriging¹⁾を採用する。そこで本稿では、水位観測データを段階的に間引きした数値実験を通して、同手法で発揮された補助データ活用の効力の程や妥当性を考察した。なおここでは、筆者らが以前に提唱して定義した式(1)の擬似地下水位 $\tilde{h}$ を利用²⁾し、貯留地下水の渚線がなす移動境界を考慮する。

2. 統計モデル

任意地点での推定値 $\tilde{h}^*$ は式(2)の様に水位やボーリングの計測データ $\tilde{h}_i$, s_j に重み係数 λ_i , ν_j を乗じた多重線形結合で表される。本稿は Universal cokriging(UC)を扱い、トレンド成分には空間変数 x, y の多項式(3)を用いた。同式は、基礎方程式の厳密解を x や y で Taylor 展開した整級数の高々1次の近似式と解釈できる。またランダム成分は同展開の剰余量とモデル誤差との和に匹敵する。このランダム量がもつ相関構造の関数として、式(4)~(8)の5通りを想定した。これを用いて式(9)~(11)の共分散関数を求める。

3. 砂川地下水盆の地下水位・貯留域推定

本稿では沖縄県宮古島砂川地下水盆を対象とした。また、モデル適合度の相対的指標として4規準[式(12)~(15): AIC, BIC, ϕ , d_M]³⁾で評価し、統計モデルの最適化を考えた。まず、ボーリングデータ(図1の丸印; 78箇所)に基づいて基盤高分布を kriging 推定した。同定されたトレンド関数 $m(\mathbf{x})$ および共分散関数 $C(\mathbf{d})$ を式(16),(17)に示す。それらで求まる推定結果を図1に与える⁴⁾。

続いて貯留域を含めて $\tilde{h}$ の分布推定を試みた。1993年10月22日における貯留状況を対象として、水位観測データを当初88個から10個ずつ段階的に間引きしていったときの UC 推定の妥当性の推移について検討した。その際、計測誤差の含まれている可能性のある点、近傍に類似した観測結果の出る点の順で観測点群から除外していった。またこれらの該当点が無くなった後は、動水勾配の小さい周辺域から観測点を全体にまばらになるように除いていった。情報量規準毎・観測数毎

$$\tilde{h} = s + (h - s) \cdot u\{h - s\} \quad (h: \text{地下水位}, s: \text{基盤高}) \quad (1)$$

$$\tilde{h}^* = \lambda_1 \tilde{h}_1 + \cdots + \lambda_n \tilde{h}_n + \nu_1 s_1 + \cdots + \nu_m s_m \quad (n: \text{水位観測数}, m: \text{ボーリング数}) \quad (2)$$

$$m(\mathbf{x}) = b_1 + b_2 x + b_3 y \quad (3)$$

$$\text{一次元指数型} : R(\mathbf{d}) = \exp\left\{-\frac{d_1}{a_1}\right\} \quad (4)$$

$$\text{一次元ガウス型} : R(\mathbf{d}) = \exp\left\{-\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2\right\} \quad (5)$$

$$\text{一次元球状型} : R(\mathbf{d}) = \sigma^2 \left\{1 - 1.5 \left(\frac{d_1}{a_1}\right) + 0.5 \left(\frac{d_1}{a_1}\right)^3\right\} \quad (0 \leq d_1 \leq a_1) \quad (6)$$

$$\text{二次元指数型} : R(\mathbf{d}) = \exp\left\{-\sqrt{\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{a_2}\right)^2}\right\} \quad (7)$$

$$\text{二次元ガウス型} : R(\mathbf{d}) = \exp\left[-\left\{\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{a_2}\right)^2\right\}\right] \quad (8)$$

$$C_{hh}(\mathbf{d}) = \sigma_h^2 R(\mathbf{d}) \quad (\sigma_h^2: \text{水位分散値}) \quad (9)$$

$$C_{ss}(\mathbf{d}) = \sigma_s^2 R(\mathbf{d}) \quad (\sigma_s^2: \text{基盤高分散値}) \quad (10)$$

$$C_{hs}(\mathbf{d}) = \rho \sigma_h \sigma_s R(\mathbf{d}) \quad (\rho: \text{相互相関係数}) \quad (11)$$

$$\text{AIC} = -2\text{MLL} + 2K \quad (\text{MLL}: \text{最大対数尤度}) \quad (12)$$

$$\text{BIC} = -2\text{MLL} + K \ln(N) \quad (13)$$

$$\phi = -2\text{MLL} + cK \ln(\ln(N)) \quad (\text{通常 } c = 2) \quad (14)$$

$$d_M = -2\text{MLL} + K \ln(N/2\pi) + \ln|F_M| \quad (15)$$

$$(K: \text{パラメータ数}, N: \text{全観測数}, F_M: \text{Fisher の情報行列})$$

$$m(\mathbf{x}) = 19.513 - 0.011254x + 0.019620y \quad (16)$$

$$C(\mathbf{d}) = 77.863 \left\{1 - 1.5 \left(\frac{d_1}{1949.9}\right) + 0.5 \left(\frac{d_1}{1949.9}\right)^3\right\} \quad (0 \leq d_1 \leq 1949.9) \quad (17)$$

表 1: 観測数毎のモデル適合順位

n=88		AIC		BIC		ϕ		d_M	
共分散関数		値	順位	値	順位	値	順位	値	順位
一次元指数	840.07	3	871.19	2	852.70	3	855.98	3	
一次元ガウス	995.45	5	1026.57	5	1008.08	5	1009.13	5	
一次元球状	825.35	1	856.47	1	837.98	1	840.85	1	
二次元指数	837.93	2	872.16	3	851.82	2	854.55	2	
二次元ガウス	985.08	4	1019.31	4	998.98	4	1001.20	4	

n=68		AIC		BIC		ϕ		d_M	
共分散関数		値	順位	値	順位	値	順位	値	順位
一次元指数	786.89	3	816.72	2	799.01	3	801.46	3	
一次元ガウス	905.70	5	935.54	5	917.82	5	918.15	5	
一次元球状	775.09	1	804.93	1	787.21	1	789.40	1	
二次元指数	785.30	2	818.11	3	798.63	2	800.44	2	
二次元ガウス	898.06	4	930.88	4	911.39	4	911.93	4	

n=48		AIC		BIC		ϕ		d_M	
共分散関数		値	順位	値	順位	値	順位	値	順位
一次元指数	691.37	3	719.73	3	702.89	3	704.45	3	
一次元ガウス	794.43	4	822.79	4	805.95	4	805.26	4	
一次元球状	681.26	1	709.62	1	692.78	1	694.09	1	
二次元指数	687.35	2	718.55	2	700.03	2	700.89	2	
二次元ガウス	795.69	5	826.89	5	808.37	5	808.05	5	

n=28		AIC		BIC		ϕ		d_M	
共分散関数		値	順位	値	順位	値	順位	値	順位
一次元指数	607.67	3	634.30	2	618.47	3	619.06	3	
一次元ガウス	696.43	4	723.07	4	707.23	4	705.43	4	
一次元球状	600.21	1	626.85	1	611.01	1	611.41	1	
二次元指数	605.88	2	635.18	3	617.76	2	618.52	2	
二次元ガウス	697.28	5	726.58	5	709.16	5	707.83	5	

n=8		AIC		BIC		ϕ		d_M	
共分散関数		値	順位	値	順位	値	順位	値	順位
一次元指数	501.31	3	525.86	2	511.19	2	510.49	3	
一次元ガウス	581.39	4	605.94	4	591.27	4	588.35	4	
一次元球状	497.85	1	522.39	1	507.72	1	507.05	1	
二次元指数	501.30	2	528.30	3	512.16	3	510.35	2	
二次元ガウス	575.91	5	602.91	5	586.78	5	583.80	5	

Key words: 地下水位, 基盤高, 相互相関, kriging, cokriging

〒606-8502 京都市左京区北白川追分町 TEL: 075-753-6153 FAX: 075-753-6346

〒631-0052 奈良市中町 3327-204 TEL: 0742-43-7273 FAX: 0742-43-7273

のモデル適合度の評価結果を表1に示す. 同表から, どの規準からも最適な統計モデルの相関関数は一次元球状型であるという評価を受けた. これより最適モデルによる水位分布

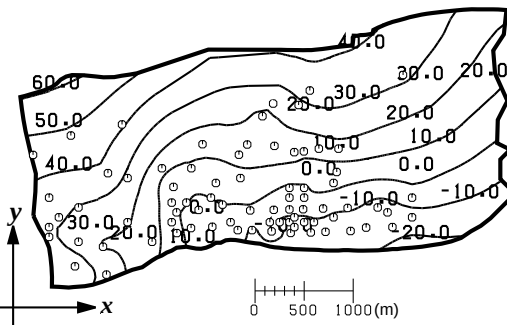


図 1: kriging による基盤高分布⁴⁾

を UC 推定した. 推定例として $n=88, 48, 8$ の場合をそれぞれ図2～4に示す. ここに図中の丸印は水位観測井, V_F^t は貯留域, V_F^t の周囲の太線部 S_t は渚線である移動境界を表す.

図2に比べて図3は上流(図の左方)側で渚線が凹形状になって貯留域が縮んだものの, 他ではそこほどに推定精度は落ちていないことが伺える. これは上流域での観測データが不足してトレンド成分の空間勾配が緩やかになったために, その周辺の渚線は $n=88$ の場合より下流側に後退したと推察される. また n が 40 も減少しているにもかかわらず推定精度の低下が小さくて済んでいる点は UC で推定した効果といえる. すなわち, UC 推定では不足する観測情報として, 水位の代わりにそれと相関関係のある基盤高を重用した証しである. 数字の上でも, 最適統計モデルの相互相関係数が $n=88$ で 0.4840 であったのに対し, $n=48$ では 0.5815, さらに $n=8$ で 0.7805 となり, 相互相関性への依存度が上がっていることが伺える. 図5,6に示す kriging 推定結果をそれぞれに対応する結果と比較してみると, UC 推定結果の方が貯留域の凹凸が比較的穏やかで, また貯留域が不自然に小さくなることもなく, 等水位線が不自然に直線へ近づいていくことも起きていない. こうしたことからも UC の相互相関的な補間効果が見て取れる.

4. 結論

本稿の数値実験を通じて, UC 推定は観測情報が不足していても他の空間変量との相互相関性を利用して推定精度の低下を最小限に抑え, kriging より良好な結果をもたらすことが分かった. よって, 求める空間変量の観測情報のほかに, 補助的役割となる空間変量の計測情報が揃っていれば, UC によって推定結果の妥当性を損なわずに所望の分布が得られると言える. 最後に本研究を進めるにあたり, 農用地整備公団宮古地下ダム事業所の方々には貴重なデータを提供していただいた. 記して感謝の意を表します.

参考文献

1) Journel, A. G. and Ch. J. Huijbregts: Mining geostatistics, Academic Press, Inc., pp.324-343, 1978. 2) 浜口俊雄・村上 章・長谷川高士: 平面解析で移動境界を考慮した地下水モデルと逆解析への応用, 土木学会論文集, No.568/III-39, pp.133-145, 1997. 3) Carrera, J., and S. P. Neuman: Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions, 1. Maximum likelihood method incorporating prior information, Water Resour. Res., 22(2), pp.199-210, 1986. 4) 浜口俊雄・長谷川高士・青山威康: 地下水貯留域の最適推定において多変量統計モデルから生じる相互相関的補間効果, 第44回地盤工学シンポジウム発表論文集, pp.19-24, 1999.

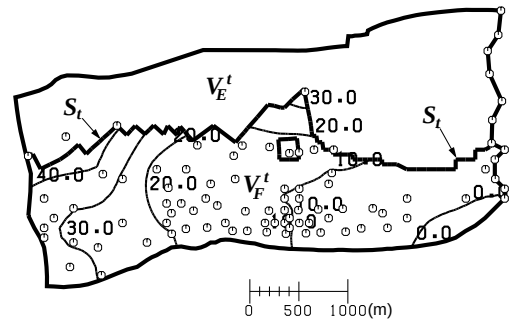


図 2: UC 推定分布 ($n=88, \rho=0.4840$)

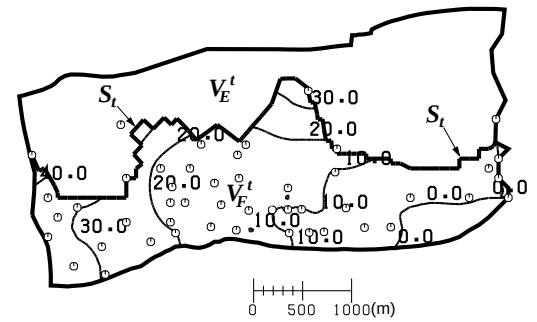


図 3: UC 推定分布 ($n=48, \rho=0.5815$)

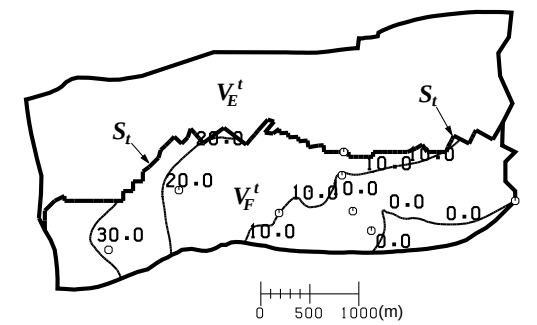


図 4: UC 推定分布 ($n=8, \rho=0.7805$)

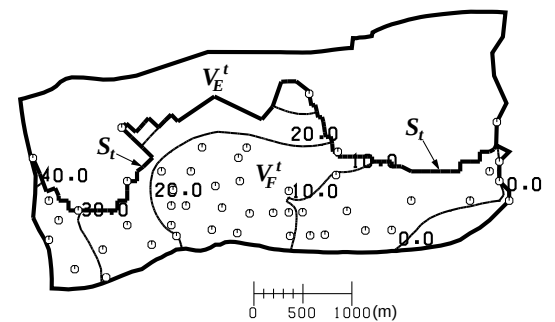


図 5: kriging 推定分布 ($n=48$)

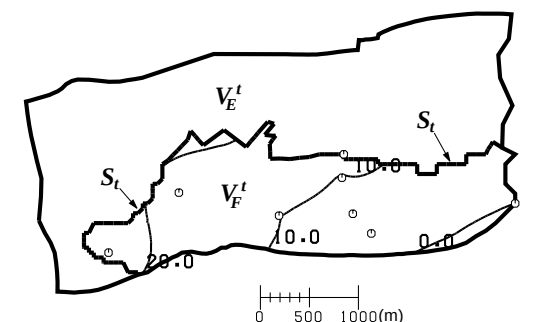


図 6: kriging 推定分布 ($n=8$)