

多孔質媒体中における浸透流と均質化解析

NTT 西日本
宇都宮大学工学部建設学科
名古屋大学大学院工学研究科

正会員 ○谷口 貴之
正会員 清木 隆文
正会員 市川 康明

1. はじめに

本研究では多孔質媒体中の浸透現象をミクロレベルから把握するために、均質化法を用いた浸透解析を行った。均質化法とは繰り返し構造を有する材料の、ミクロな構造とマクロな挙動を結び付ける数学理論で、均質化法による浸透解析では多孔質媒体のミクロ・マクロ両領域での流れが解析できるとともに、従来実験によって求めてきた透水係数が理論的に得られる。解析では多孔質媒体として砂質土と粘性土を取り上げ、均質化理論により求められる均質化透水係数を各々の既存の実験結果と比較検討して本手法の有効性を検証した。

2. 多孔質体の浸透問題への均質化法の適用

図1に示すような微視的周期構造を有する多孔質体中の流れを考える。ここで大域座標系 $\mathbf{x}$ と局所座標系 $\mathbf{y}$ は $\mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{\varepsilon}$ と関連づけられ、非圧縮 Stokes 流を仮定すると、運動量保存則、質量保存則、境界条件は次式で与えられる。

$$-\frac{\partial P^\varepsilon}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 V_i^\varepsilon}{\partial x_k \partial x_k} + F_i = 0, \quad \frac{\partial V_k^\varepsilon}{\partial x_k} = 0 \quad \text{in } \Omega^\varepsilon, \quad V_i^\varepsilon = 0 \quad \text{on } \Gamma \quad (1)$$

ここで V_i^ε は流速、 P^ε は圧力、 μ は粘性係数、 F_i は物体力である。つぎに、流速 V_i^ε 、圧力 P^ε の ε に関する摂動展開

$$V_i^\varepsilon(\mathbf{x}) = \varepsilon^2 V_i^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^3 V_i^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

$$P^\varepsilon(\mathbf{x}) = P^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon P^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots$$

を式(1)に代入し、 $\varepsilon \rightarrow 0$ を考えて式展開していくと、最終的に次に示すようなミクロ方程式、マクロ方程式と呼ばれる二つの方程式群に帰着する。

ミクロ方程式

$$\mu \frac{\partial^2 v_i^k}{\partial y_j \partial y_j} - \frac{\partial p^k}{\partial y_i} + \delta_{ik} = 0, \quad \frac{\partial v_i^k}{\partial y_i} = 0 \quad \text{in } Y_F, \quad v_i^k = 0 \quad \text{on } \Gamma \quad (2)$$

$$v_i^k(\mathbf{y}) = v_i^k(\mathbf{y} + \mathbf{Y}), \quad p^k(\mathbf{y}) = p^k(\mathbf{y} + \mathbf{Y}) \quad \text{on } \Gamma$$

マクロ方程式

$$\frac{\partial \tilde{V}_i^0}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{|Y|} \int_{Y_F} V_i^0 dy \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left(\rho F_i^0 - \frac{\partial P^0}{\partial x_i} \right) \frac{1}{|Y|} \int_{Y_F} v_j^i dy \right\} = 0 \quad (3)$$

ただし、 v_i^k と p^k は特性関数と呼ばれ以下の関係を満たす。

$$V_i^0 = \left(\frac{\partial P^0}{\partial x_k} - \rho F_k^0 \right) v_i^k, \quad P^1 = \left(\frac{\partial P^0}{\partial x_k} - \rho F_k^0 \right) p^k \quad (4)$$

マクロ方程式に注目し下線部を K_{ij} と置くと、これが浸透方程式の形になっていることがわかり、 K_{ij} を均質化透水係数と呼ぶ。通常工学で用いられる透水係数 K'_{ij} を均質化透水係数 K_{ij} を用いてあらわすと次式になる。

$$K'_{ij} = \varepsilon^2 \rho g K_{ij} \quad (5)$$

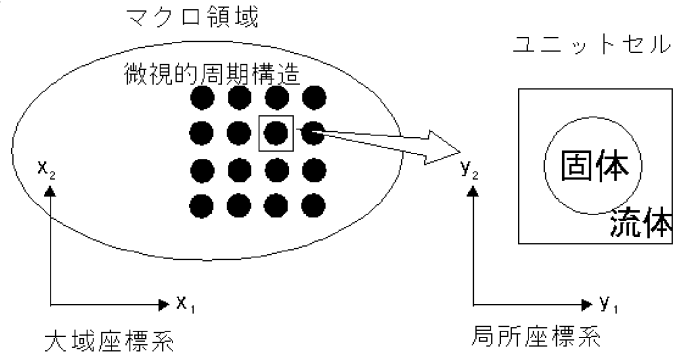


図1. 微視的周期構造を有する材料

キーワード：均質化法、透水係数、ベントナイト

連絡先：〒466-0814 名古屋市千種区不老町 名古屋大学工学研究科地圏環境工学専攻

tel 052-789-5415

3. 砂質土の透水係数

砂質土は砂粒子が周期的に配置されていると仮定し均質化法を適用した。間隙比 0.54 の場合の透水係数と砂粒子の粒径の関係を右に示す。図 2 が均質化法によるもの、図 3 が既存の研究により定められた各種実験式によるものである。

4. 粘性土の透水係数

粘性土としてベントナイトを取り上げる。ベントナイトは図 4 のような構造であるため主構成鉱物であるモンモリロナイトが周期的に配置されていると仮定し均質化法を適用した。なお、粘土鉱物であるモンモリロナイトの周辺を流れる水は鉱物表面からの距離に応じて図 5 のような粘性分布を有する。

解析結果を図 6、図 7 に示す。なお解析は粘性分布とモンモリロナイトの膨潤性を考慮している。図 6 は均質化法により計算された飽和密度 1.8g/cm³ のベントナイトの透水係数と膨潤性の関係、図 7 は Pusch¹⁾ が行った各種粘土の透水実験の結果である。

5. おわりに

本研究では、多孔質媒体中の浸透流へ均質化法の適用を試みた、その結果、多孔質媒体として取り上げた砂質土、粘性土ともに理論値と実験値がよく一致し、均質化法による透水係数の理論的表現が妥当であることが確認された。このことは、実験が難しいさまざまな条件下での透水係数の算定に、均質化法による数値解析が有効であることを意味している。

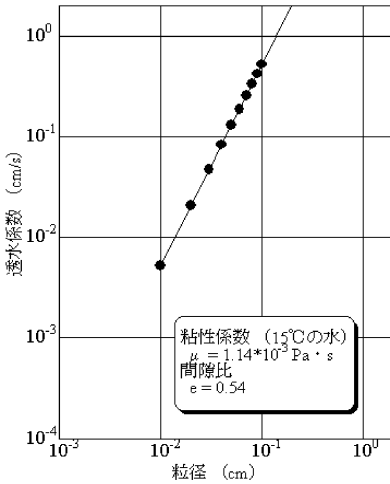


図 2. 透水係数の理論値

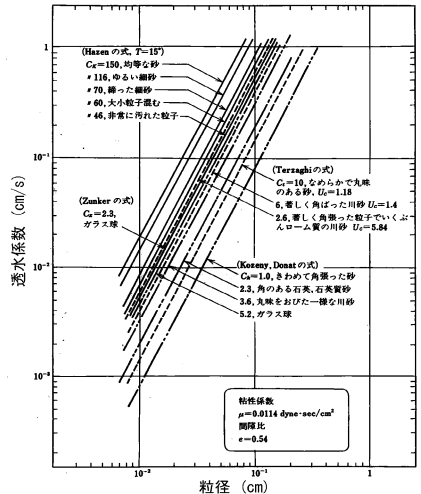


図 3. 透水係数の実験値

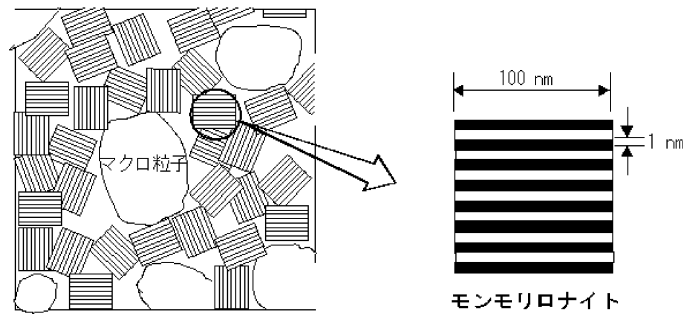


図 4. ベントナイトの構造

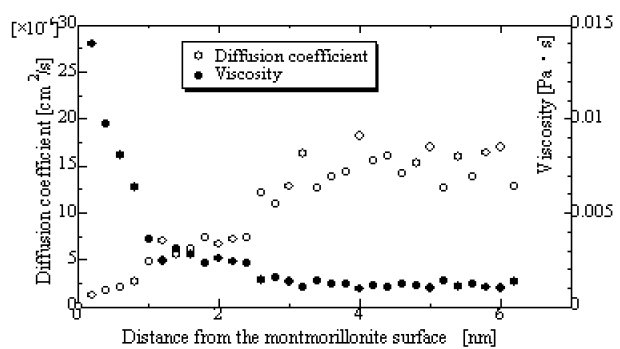


図 5. 粘性分布

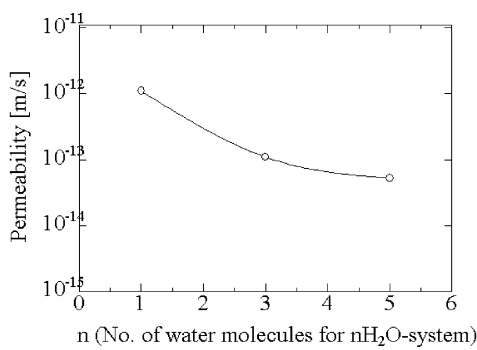


図 6. 透水係数の理論値

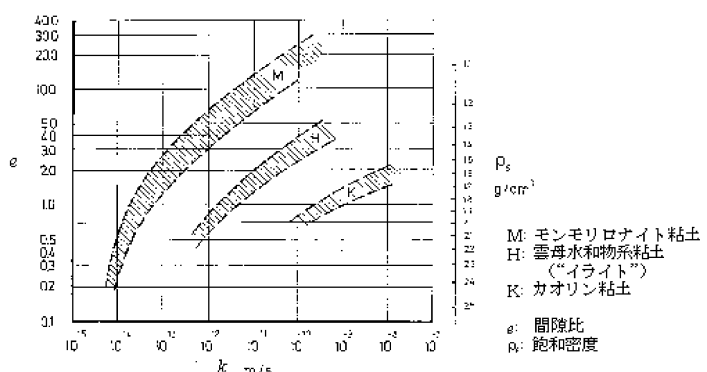


図 7. 透水係数の実験値

参考文献

1) Pusch,R: Waste Disposal in Rock ; Elsevier,1994