

3 主応力下での複合滑動面に基づく土の応力～ひずみ関係

水産庁水産工学研究所 正会員 大槇正紀

はじめに 著者は既に複合滑動面に基づく土の応力～塑性ひずみ関係の一般式を示した¹⁾。本文では、この関係式を用いて、3主応力下での土の応力～ひずみ関係の計算結果および試験結果との比較を示す。

3主応力下での応力～塑性ひずみ関係 複合滑動面に基づく土の塑性ひずみ速度は、3主応力下では式(1)のように表される¹⁾。ここに、 r は滑動面の数、 G_{Pi} は式(2)～(6)のように表される。式中の

e ～ $\ln(-N)$ 関係での圧縮指数、膨張指数、 e は間隙比、 P_i は主応力 P_i の Green-Naghdi の共回転応力速度、 m_i は主応力軸との交点の切片がすべて正になる滑動面の外向き単位法線ベクトルの成分である。なお、主

応力下で主応力方向にのみ応力速度が作用する場合、主応力軸に対称な各滑動面での G_{Pi} は互いに等しくなるため、式(1)の右辺に r がかった形で表されている。

式(1)から、応力比と塑性ストレッチング比の関係として式(7)が導かれる。

特定の滑動面での土の応力～ひずみ関係 滑動面として、正八面体面、空間滑動面²⁾、最大応力比面を考える。ただし、最大応力比面は、最大、最小主応力よりなるモールの応力円に原点から引いた接線の接点で示される応力状態が作用する面である。

表1に、各滑動面の r と m_i の値を示す。

ここで、微小ひずみの場合を考え、圧縮を正とした主応力 i 、その速度 i 、塑性主ひずみ速度 i^p を式(8)のように定義する。ただし、 $i = 1, 2, 3$ に対し、 $k = 3, 2, 1$ が対応する。

いま、軸対称応力状態の場合を考え、塑性体積ひずみ速度 v^p 、塑性せん断ひずみ速度 p 、平均主応力 p 、軸差応力 q を式(9)、(10)のように表すと、式(7)は式(11)で表される。特に、滑動面が正八面体面の場合、式(1)、(11)は Cam-clay モデル³⁾ の関係式に一致する。

計算結果と試験結果の比較 試験は、シルト質粘土⁴⁾ を $p = 198\text{kPa}$ で等方圧密後、 p 一定 ($=198\text{kPa}$)、軸ひずみ速度 $0.0009\%/min$ で排水せん断した。以後、ひずみは弾性成分を無視して、すべてを塑性成分とみなしている。

図1に、各滑動面モデルに対する式(11)の関係(実線)を試験結果とともに示した。同図で応力比の小さい領域を除くと、正八面体面モデルでは、三軸伸張試験が三軸圧縮試験より常に下

$$D_{Pi}^p = r \Lambda G_{Pi} \quad (1)$$

$$\Lambda = -\frac{1}{r} \frac{I - k}{1 + e} \frac{MN}{M - X} \sum_{i=1}^3 G_{Pi} P_i \quad (2)$$

$$G_{Pi} = \frac{1}{MN} \left(M - X - \frac{1}{X} + \frac{P_i}{NX} \right) m_i^2 \quad (3)$$

$$N = \sum_{i=1}^3 P_i m_i^2 \quad (4)$$

$$T = \{ (P_1 - P_2)^2 m_1^2 m_2^2 + (P_2 - P_3)^2 m_2^2 m_3^2 + (P_3 - P_1)^2 m_3^2 m_1^2 \}^{1/2} \quad (5)$$

$$X = -T / N \quad (6)$$

$$-\frac{\sum_{i=1}^3 D_{Pi}^p}{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^3 (P_i - N) D_{Pi}^p} = M - X \quad (7)$$

$$s_i = -P_k, \quad \dot{s}_i = -\dot{P}_k, \quad \dot{e}_i = -D_{Pk}^p \quad (8)$$

$$e_v^p = e_1^p + e_2^p + e_3^p, \quad g^p = \frac{2}{3}(e_1^p - e_3^p) \quad (9)$$

$$p = \frac{1}{3}(s_1 + s_2 + s_3), \quad q = s_1 - s_3 \quad (10)$$

$$\frac{T e_v^p}{(p + N) e_v^p + q g^p} = M - X \quad (11)$$

表1 滑動面の r と m_i

滑動面	r	m_1	m_2	m_3
正八面体面	4	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
空間滑動面	4	$\sqrt{\frac{I_3}{s_3 I_2}}$	$\sqrt{\frac{I_3}{s_2 I_2}}$	$\sqrt{\frac{I_3}{s_1 I_2}}$
最大応力比面	2	$\frac{\sqrt{R}}{\sqrt{R+1}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{R+1}}$

I_1, I_2, I_3 主応力 P_i の第1次、第2次、第3次不変量
 $R = P_3 / P_1 = \sigma_1 / \sigma_3$ 応力比

キーワード：応力～ひずみ関係、滑動面、3主応力状態、せん断、塑性ひずみ

連絡先：茨城県鹿島郡波崎町海老台 Tel.0479-44-5940, Fax.0479-44-1875

にプロットされる傾向がある。空間滑動面モデルおよび最大応力比面モデルでは破壊付近で三軸伸張試験の応力比が三軸圧縮試験より大きくなっているが、その他の部分ではばらつきは大きいが、対応した傾向を示している。

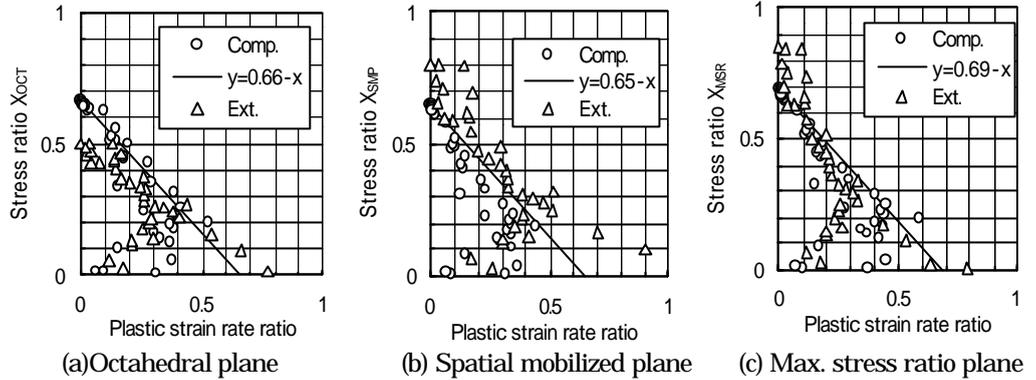


図1 応力比と塑性ひずみ増分比の関係の比較(三軸圧縮および伸張)

図2に、空間滑動面モデルの応力~ひずみ関係の比較を示す。計算では、実験結果より、 $\nu = 0.106$ 、 $\nu = 0.0187$ 、 $M = 0.65$ 、 $e_0 = 1.0$ を用いた。図(a)で、三軸圧縮の場合、両者はほぼ合っているが、三軸伸張の場合、実験結果がピーク付近で大きい応力比を示している。図(b)より、体積ひずみの実験結果はせん断初期に計算結果より小さい値を示しているが、ピーク付近では両者は一致している。

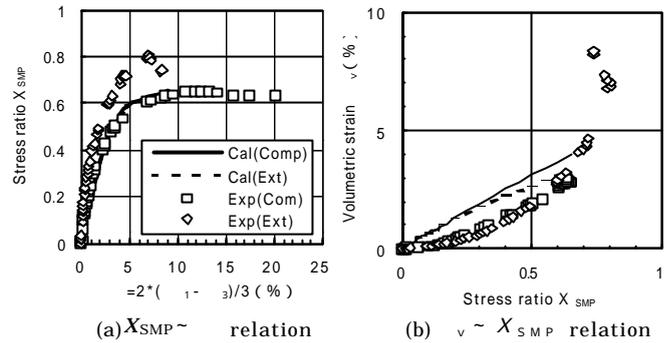


図2 応力~ひずみ関係の比較(三軸圧縮、伸張)

3主応力下での応力~ひずみ関係の計算結果

図3に、各滑動面モデルの塑性ひずみ増分ベクトルの面上への投影を示す。計算は図2と同じパラメータを用いて行い、 $p = 1 \text{ kPa}$ (一定)、面上で最大主応力方向からの偏角を一定で行った。塑性ひずみ増分ベクトルは、図(a)の正八面体面モデル

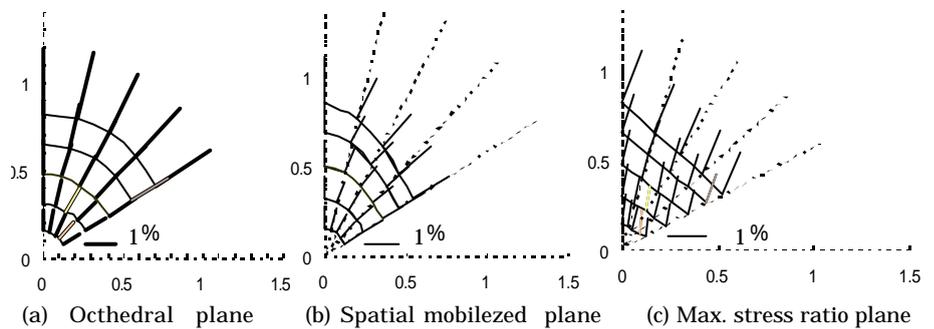


図3 塑性ひずみ増分ベクトルの面上への投影(計算)

では応力経路方向、図(b)の空間滑動面モデルで $\theta = 0^\circ$ 、 60° では応力経路方向、その他では応力経路方向から最小主応力方向にずれ、図(c)の最大応力比面モデルでは、同じ X では偏角に無関係に平行になっている。

図4に、図3の偏角 $\theta = 30^\circ$ の応力経路に対する各主ひずみ ϵ_i (ϵ_i^p) と ϵ_1/ϵ_3 の関係を示す。図(a)の正八面体面モデルでは破壊時の ϵ_1/ϵ_3 は他

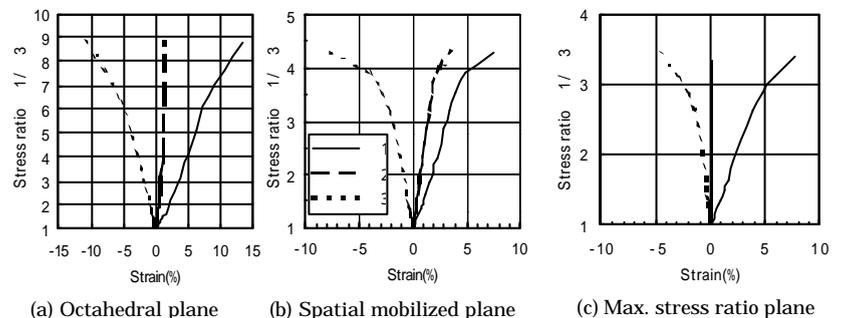


図4 応力比と主ひずみの関係(計算、 $\theta = 30^\circ$)

に比べ非常に大きくなっている。図(c)の最大応力比面モデルでは ϵ_2 は常にゼロ ($\epsilon_2^p = 0$) である。

参考文献 1)大楨(2000): 地盤工学研究発表会(投稿中)、2)松岡、中井(1974): 土木学会論文報告集、No.232、pp.59~70.、3)Roscoeら(1963): Geotech. 13, pp.211~240.、4)大楨(1979): S & F、19-3、pp.29~44.