## 応力履歴に依存しない硬化則を用いた砂の弾塑性 FEM 要素解析

東京大学大学院学生会員彭 芳楽東京大学工学部フェロー会員龍岡 文夫東京大学工学部正 会員M.S.A.Siddiquee

Bangladesh University of Engineering and Technology (元東京大学大学院) S.J.M. Yasin

## はじめに:弾塑性モデルでは、塑性ひずみを求めるためには降伏関数・硬化則・流れ則が必要である。多く

の砂の弾塑性モデルでは、<u>一貫して降伏している場合、異なる応力</u> <u>状態間で生じる塑性せん断ひずみ <sup>p</sup>あるいは塑性体積ひずみ <sup>p</sup>vol</u> <u>は応力履歴に依存しない</u>と仮定し、 <sup>p</sup>あるいは <sup>p</sup>vol</sub>を硬化パラメ ータにしている。しかし、豊浦砂の三軸試験と平面ひずみ圧縮試験 <sup>1),2)</sup>によると、 <sup>p</sup>と <sup>p</sup>vol</sub>の両方とも応力履歴に強く依存する。破 壊状態に近い応力経路をとるほど、依存性が大きくなる。この事実 は、境界値問題の数値解析で大きな意味を持つ <sup>3),4)</sup>。本稿では、応 力履歴に依存しない硬化パラメータと硬化則に基づいて応力経路 の効果を考慮できる砂の弾塑性モデルを提案し、密な砂の平面ひず み圧縮試験を一要素モデルで FEM 解析した。

**砂の構成モデル**:提案するのは「応力履歴に依存しない修正された 塑性ひずみエネルギーに基づく硬化則を用いた、等方ひずみ硬化・ 軟化非関連流れ則による弾塑性モデル」である。図 1a に示す応力 経路に従った豊浦砂平面ひずみ圧縮試験結果<sup>2)</sup>から、塑性エネルギ ー W<sup>p</sup>を若干修正した。

$$W^{p^*} = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p / \left(s / p_a\right)^n \tag{1}$$

(*n, r, a, b, h* は材料定数)を求め、これと応力状態量として *X=t/s* + *r.LN(s)* の関係を示したのが図 1b である。全ての応力経路に対して ほぼ一義的な *W<sup>p\*</sup>* ~ *X* 関係が得られている。この関係は、

$$X = a \times LN(W^{p^*} / b + h)$$
<sup>(2)</sup>

で表される(図 1b)。これを、応力経路に依存しない硬化則として 用いた<sup>5)</sup>。

図2は、上記平面ひずみ圧縮試験結果から得られた stressdilatancy 関係であり、平均的関係は次式となる。

$$t / s = m \cdot \left( -d\varepsilon_{vol}^{p} / d\gamma^{p} \right) + c \tag{3}$$

ここに、*m*,*c* は材料定数である。

**砂の一要素 FEM 解析**:内部摩擦角 φの異方性および拘束圧の依存 性を考慮した Mohr-Coulomb タイプの降伏関数と、(3)式に適合する Drucker-Prager タイプの塑性ポテンシャルを採用した。また、弾性 変形特性の初期及び誘導異方性を考慮した。また、ピークに達する とすべり層が瞬時に発生し始めると仮定し、ピーク以後はすべり層



図 1a 平面ひずみ圧縮試験での応力経路



図 1b  $W^{p^*} \sim X = t / s + r. LN(s)$  関係



図 2 Stress-dilatancy 関係

キーワード:砂、平面ひずみ圧縮、応力経路、弾塑性モデル、硬化則、有限要素法 連絡先:〒113 東京都文京区本郷 7-3-1 東京大学大学院社会基盤工学専攻、TEL: 03-5841-6123、FAX: 03-5841-8504

内にはひずみ軟化する応力・ひずみ関係を用いた。すべ り層の幅は砂の特性値として、すべり層が各 FEM 要素 に占める面積率を考慮した上で要素内でのひずみの連 続性を仮定して、ひずみの局所化を近似的に表現した。 動的緩和法(Dynamic Relaxation)とリターンマッピング 法(Return Mapping Scheme)を結合した弾塑性 FEM 解析 を行った。砂の変形の時間効果は無視した。

図3は、上記の平面ひずみ圧縮試験の結果と上記モデ ルによるシミュレーションの比較である。実験結果とシ ミュレーション結果の間に若干の相違はあるが、実験結 果で見られる「ひずみの応力経路依存性」が良く再現で きている。図4と5は、FEM 解析による砂の変形強度 特性に対する拘束圧依存性と異方性のシミュレーショ ンである。実際の現象を良く再現している。

まとめ:応力経路に依存しない硬化則にも基づいた砂の 弾塑性モデルを提案した。提案モデルは、ひずみの応力 経路依存性を考慮できることが示された。このモデルを 用いて一要素の FEM 解析を行った。今後、砂地盤上の 基礎の支持力などの境界値問題に対して、上記 FEM 解 析法を適用する予定である。





## 図4 拘束圧依存性の検討(FEM解析)



-δ= 90°

 $\delta = 10^{\circ}$ 

 $\delta = 60^{\circ}$ 

 $\delta = 40^{\circ}$ 

e=0.66

 $\sigma'_{\rm h} = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$ 

18 20

参考文献: 1) Nakai.T. (1989): An isotropic hardening elasto-plastic model for sand considering the stress path dependency in three-dimensional stresses, Soils and Foundations; 2) Yasin, S.J.M. and Tatsuoka, F.(1999): Stress history-dependent deformation characteristics of dense sand in plane strain, Soils and Foundation(accepted); 3) Peng,F.L.,Kotake, N., tatsuoka, F.,Hirakawa, D. and Tanaka, T.(1999): Plane strain compression behaviour of geogridreinforced sand and its numerical analysis, Soils and Foundation(accepted); 4)Siddiquee, M.S.A., Tatsuoka, F., Hoque, E., Tsubochi, T., Yoshida, o., Yamamoto, S. and Tanaka, T. (1994): FEM simulation of footing settlement for stiff geomaterials, Proc. of Int. Symposium Pre-Failure Deformation of Geomaterials, Balkema, Vol. 1, pp.531-537.5). 彭・ 龍岡・Siddiquee・Yasin(2000):砂の塑性硬化モデル化、第35回地盤工学研究発表会(岐阜)