

八戸工業高校土木科教諭 正会員 栗生 満貴
八戸工業大学土木工学科 フェロー 熊谷 浩二
八戸工業大学土木工学科 フェロー 諸戸 靖史

1. はじめに

粒状体の力学は、さまざまな方向から研究がなされている。そのひとつに最上¹⁾は、粒状体理論における粒状体のエントロピーという量を求め定義し、粒状体の性質を表している。また諸戸²⁾は、微視的要素内について微視的な仕事に着目して状態量 S_s を用いて、粒状体の性質を表している。また諸戸の状態量 S_s は、最上の粒状体のエントロピーとの間に関数関係があることは以前報告されている³⁾。本研究は、最上の粒状体理論を用いて供試体全体の変形に関するエントロピーを諸戸の状態量 S_s を三次元表示に変形させ導入し、諸戸⁴⁾の三軸圧縮試験結果を用いて数値シミュレーションを行い、検討することを目的としている。

2. 状態量 S_s と粒状体理論の関連性

諸戸の状態量 S_s は微視的要素内で定義された力学的諸量を用いて微視的な仕事を表し、熱力学のエントロピーの考えに基づいて導き出されている。三次元表示の状態量 S_s は以下のように表される。

$$dS_s = \frac{dW_s^p}{p} = dv + \frac{3}{2} \alpha \frac{\tau_{oct}}{p} d\gamma_{oct} \cdots (1) \quad \alpha = \frac{3 + \mu\nu}{\sqrt{(3 + \mu^2)(3 + \nu^2)}} \cdots (2)$$

また α は、実験結果からほぼ 1 に近い値をとっている事がわかり $\alpha \doteq 1$ と考えられる。このことから三次元表示の状態量 S_s は以下のような式が成り立つ。

$$dS_s = dv + \frac{3}{2} \frac{\tau_{oct}}{p} d\gamma_{oct} \cdots (3)$$

最上の粒状体理論は、粒状体のエントロピーを間隙比 e と間隙比の偏差 s を用いて表している。ある体積 V からなる容器があり、全体で N 個の粒子が詰まっている。ここで e_i になる間隙比を持つ部分の容積は全体 V_i であり、その中に N_i 個の粒子がある。このような状態を作り出す仕方 Z を数学的に計算し、平均間隙比 e が一定である条件のもとで Z が最大値をとる場合を求めると以下のように表される。

$$S = \log Z = K \left[(1+e) \log(1+e) - e \log e - \frac{s}{2e(1+e)} \right] \cdots (4)$$

しかし砂のせん断変形に関する状態は $dS_s=0$ として規定される。またせん断変形の後ろの方では最上のエントロピーは $dS=0$ となっているものと考えられる⁵⁾。この辺りを対象とする変形領域を用いると

$$dS = dS_s = 0 \cdots (5)$$

という関係式を用いて砂の状態を表現できると考えられる。そこで最上の粒状体力学のいわゆる $(e, s) \Leftrightarrow (e, \gamma)$ 変換を用いて、 $\log Z$ と S_s の対応を試み $\log Z$ を S_s に置き換えて粒状体のエントロピーの数値シミュレーションを行った。

3. 三次元表示の状態量 S_s を用いたエントロピー

主応力差 q やせん断ひずみ $d\gamma$ を用いて、前述の(3)の式を変形すると

$$dS_s = \frac{1}{1+e} (de + \eta d\gamma) \cdots (6)$$

となり、分母を整理すると

キーワード：粒状体 状態量 エントロピー 間隙比 平均主応力一定試験

〒031-8501 青森県八戸市妙字大開 88-1 八戸工業大学工学部土木工学科 電話 0178-25-8079 Fax.0178-25-0722

$$d\varphi = (1+e)dS_s = de + (1+e)\eta d\gamma \cdots (7)$$

となり、関数 $F(\gamma)$ の傾きを k_1 とし関数 φ の傾きを k_2 とした。

$$F(\gamma) = \int (1+e)\eta d\gamma = k_1(\gamma - \gamma_1) \cdots (8)$$

$$\varphi = \int de + \int (1+e)\eta d\gamma = k_2(\gamma - \gamma_2) \cdots (9)$$

図-1 に $k_1 \cdot k_2$ と μ の関係を表す。この図から、かなりばらつきがあるように見られるが、DENSE の場合は三軸圧縮状態から三軸伸張状態にかけて減少していき、MEDIUM の場合は DENSE より大きい差は見られないが減少している。LOOSE の場合は、0 付近に集まっていて k_1 と k_2 はほぼ等しいことが分かる。また LOOSE の場合と、三軸伸張状態は k に影響がないことがわかる。また併せて図-2 に各せん断ひずみと k の関係を表す。また図-3 に最上⁵⁾の粒状体力学から k とせん断ひずみの関係を表す。これらの図から、せん断初期では k の値が大きく変化するが、せん断後半では初期間隙比によらないで一定値に近づいている事がわかる。式(8)と(9)を一つの式に整理し $k_1 \cdot k_2$ を k と置き換え、エントロピーの関数 $F(e-k\gamma)$ に書き換えると

$$e_0 - e + (k_1 - k_2)\gamma = k_1\gamma_1 - k_2\gamma_2 \cdots (10)$$

$$e - k\gamma = -k_1\gamma_1 + k_2\gamma_2 + e_0 = \text{const} \cdots (11)$$

と表すことができる。実際に、この式の適応性を調べるために豊浦砂を用いた平均主応力一定($p=100\text{kPa}$)三軸圧縮 CD 試験の諸戸のデータをもとに実験的關係を解析した結果の一例を図-4 に示す。このことから、粒子の始めの詰まり方によらないでせん断初期よりせん断の後半で一定になっている。状態量 S_s を用いた粒状体のエントロピーの関数と実験結果は、せん断の後ろの方で一定になって理論上と一致することがわかった。

4. まとめ

本研究では、供試体全体の変形に関するエントロピーを最上の粒状体理論の概念と併せて数値シミュレーションを行い、検討したものである。その結果、粒状体のエントロピー特性について新しいエントロピーは、せん断が進むにつれて一定になっていることが分かった。このことから、砂の微視的な配列構造の表現をも含む砂の集まりの全体的な変形に関する応力・ひずみ関係式が導かれると考えられる。

参考文献 1) Mogami, T.(1966): On the Deformation of Granular Material, Soil and Foundation, Vol. VII, No. 3.2) 諸戸靖史・河上房義(1974): 砂の変形における状態関数: 土木学会論文集, No. 229, pp. 77-86.3) 諸戸靖史(1976): 粒状体の変形と強度に関する基礎的研究.4) 諸戸靖史・河上房義(1974): 砂の変形理論および強度公式, 第9回土質工学研究発表会, pp. 175-178.5) Mogami, T. and Imai, G.(1967): On the Failure of the Granular Material, Soil and Foundation, Vol. VII, No. 3, pp. 1~19.

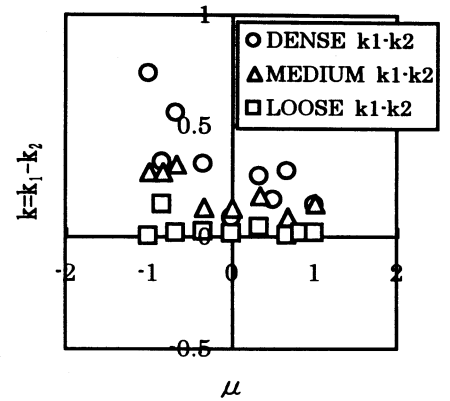


図-1 $k_1 \cdot k_2$ と μ の関係

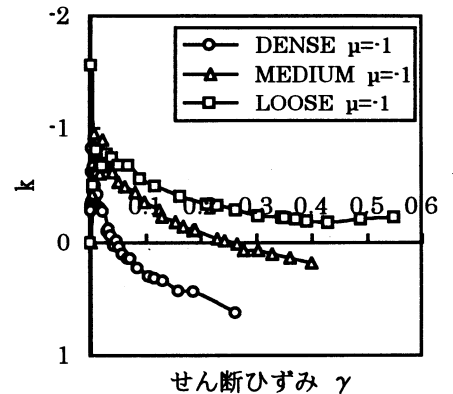


図-2 k とせん断ひずみ γ の関係

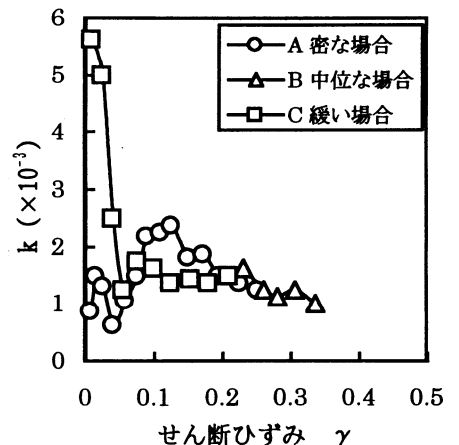
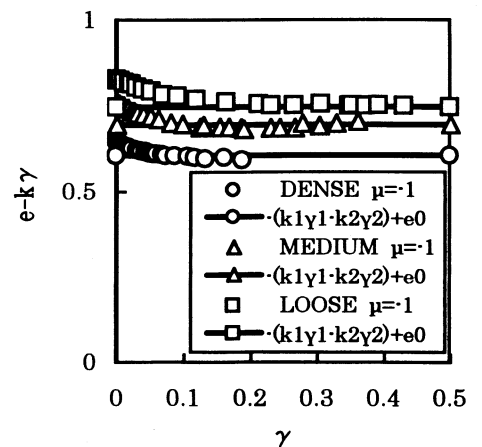


図-3 k とせん断ひずみ γ の関係



(a) 三軸圧縮状態 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)

図-4 $(e - k\gamma)$ と const の関係