画像解析による流体数値計算の妥当性の詳細な検討

長岡技術科学大学　学生会員　中 島 慶 人
長岡技術科学大学　学生会員　塩 野 知 巳
長岡技術科学大学　正 会 員　細山田得三
長岡技術科学大学　正 会 員　福 嶋 祐 介

１．はじめに

従来、水工学の分野では流れの支配方程式を数値的に解く場合に、鉛直方向の加速度や運動を無視する近似（静水圧近似）を用いることが多かった。しかし、落水や砕波、鉛直方向に下降する密度流などについて鉛直方向の加速度や運動を無視する静水圧近似は成り立たない。一方、流体支配方程式を直接的に数値計算によって解く方法は乱流などのモデル化以外原理的に仮定や近似を含まず、静水圧近似で表現できない流れに関して計算によって表現することが可能である。しかしながら、その計算結果の妥当性を実測によって検討した例は極めて少ない。その理由として数値計算によって得られたデータに見合うほどの実験的なデータを取得することが困難であったことが挙げられる。近年、ようやく画像処理を用いたデータ取得方法が確立され、数値計算と比較できるほどの実験データが取得できるようになってきた。本研究は、密度差による流れを一例として実験画像から得られる膨大な可視化情報を用いてその妥当性を検討するものである。

２．実験および画像解析

実験は図１に示すアクリル製水槽を使用し、ロックゲート右側に塩水(濃度 0.5%、密度 1.0037g/cm^3)、左側に淡水を満たした後、ロックゲートを引き上げることにより密度流を発生させ、その挙動をデジタルビデオカメラにより撮影することによって行った。数値計算は 2 次元と仮定して計算を行ったため、実験でも 2 次元的な映像を撮影するため暗室でプロジェクターにより１cm のスリット光を照射して撮影を行った。

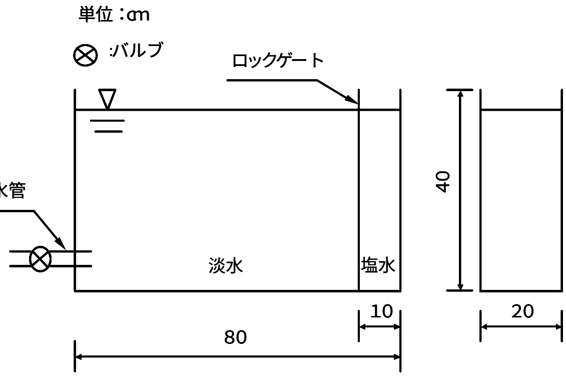


図１　実験装置

画像解析は PIV 法を用いた。すなわち、水槽内に浮遊させた可視化粒子の各ピクセル（画素）における濃淡むらの相関を取ることにより、水槽内部を乱すことなく１万点を超える計測点で流速計測を行った。後述するが、このピクセルは計算における格子点に対応させる。

３．基礎方程式と数値計算法

本研究で用いた流体支配方程式は、２次元のブシネスク近似を用いたナビエストークス方程式(1), (2)、非圧縮性の連続式(3)、及び密度偏差の移流拡散方程式(4)である。

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial uu}{\partial x}+\frac{\partial uv}{\partial y}=-\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial p}{\partial x}+n\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial uv}{\partial x}+\frac{\partial vv}{\partial y}=\left(\frac{\Delta r}{\bar{r}}\right)g-\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial p}{\partial y}+n\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \Delta r}{\partial t}+u\frac{\partial \Delta r}{\partial x}+v\frac{\partial \Delta r}{\partial y}=t\left(\frac{\partial^2 \Delta r}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Delta r}{\partial y^2}\right) \qquad (4)$$

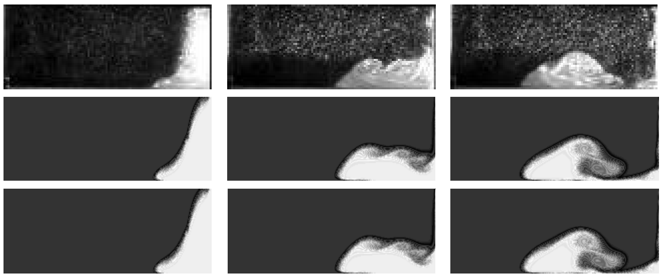
ここで、x は水平、y は鉛直方向の直交座標であり、t は経過時間、u,v はそれぞれ水平、鉛直流速成分、$\bar{r}$ は淡水の密度、Δr は淡塩密度差、p は圧力、g は重力加速度、ν は動粘性係数、τ は分子拡散係数である。

キーワード：密度流、差分法、SOLA 法、画像解析、数値シミュレーション
連　絡　先：長岡市上富岡町 1603-1 長岡技術科学大学　建設環境系　TEL：0258-47-9621

NS 方程式は差分法により離散化して時間積分した。また、移流項の離散化は、解の精度と計算の安定を考え、重みをつけて 1 次風上差分と中央差分を混合して計算した。圧力場は流速と供に連続式を満たす緩和計算を行うことによって求めた。本研究では層流モデルの他に、式の詳細は示さないが LES 乱流モデルを用いた数値計算を行った。また、数値計算に用いた等長の差分格子と画像処理に用いたピクセル（画素）とを一致させることにより流れ場の詳細な比較を行った。

４．実験結果と計算結果の比較

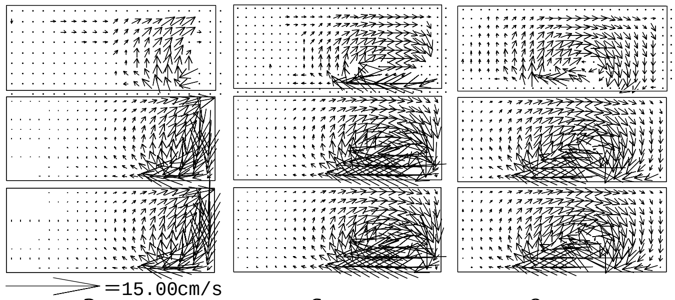
図２から図４に、密度流の形状、流速ベクトル分布および計算格子での流速値を実験と比較して示す。



3s　6s　9s

図２ 形状比較

上(実験)，中(層流)，下(LES)



3s　6s　9s

図３ 流速ベクトル図比較

上(実験)，中(層流)，下(LES)

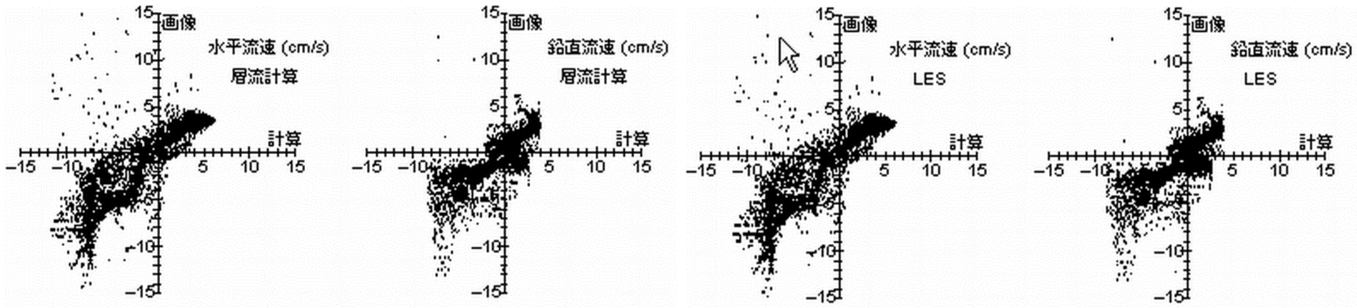


図４ 実験画像ピクセルおよび計算格子格子各点での流速値の比較 左２つ：層流モデル、右２つ LES モデル

図２により実験と数値計算では、密度流の形状や渦の発生位置など非常によく一致していることがわかる。図３から実験、数値計算とも密度流前方で周囲水を連行した巻き上げ、後方で巻き込みが生じており、図２で示した密度流形状に対応した渦が発生している。図４より、実験および数値計算による各点での流速値は多少の誤差はあるもののよく一致している。この誤差はロックゲートの開放時の技術的な問題によるものであり、本質的ではないと考えている。層流モデルと LES 乱流モデルでは、大きな差異は認められなかった。これは、計算格子長が数ミリ程度と十分小さく、層流計算でも渦を解像することができたためと考えられる。

５．結論

- 数値計算結果において密度流の形状やその時間発展は実験とよく一致しており、本計算の解析精度が十分高いものであること示している。
- 空間分解能をそろえた画像および格子点での流速は若干差異があるもののほぼ満足できる結果である。
- 本数値計算手法の妥当性が検証された。

今後は水工学における種々の現象や他分野(気象、化学工学)の現象解明に応用展開していく予定である。