

傾斜壁面サーマルの流動モデルの形状係数と連行係数について

長岡技術科学大学 学生員 高木正徳
運輸省第一港湾建設局 正会員 河合真一
長岡技術科学大学 正会員 福島祐介

1. はじめに

壁面サーマル（以下、サーマルと呼ぶ）の流動モデルは連続の式、濁度や塩分などその濃度の大きさによって密度差の原因となる物質の輸送方程式、運動方程式などの体積積分から求められる(福島, 1993)。この定式化からサーマルの流動モデルにはいくつかの形状関数が含まれる。

2. サーマルモデルと諸係数

以下にサーマルの模式図を図1に示す。塩水によるサーマル、すなわち保存性の場合を考える。サーマルの平均密度を ρ 、底面付近の密度を ρ_b 、周囲水の密度を ρ_a とする。水の連行係数を E_w 、面積を A 、高さを h 、底面長を P_b 、界面長を P_i とする。斜面の傾斜角を θ 、重力加速度を g 、サーマルの質量中心の流下速度を U 、フロントの流下速度を U_f とする。このとき、サーマルの連続式と運動方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \rho A = \rho_a E_w U P_i \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} (\rho + \rho_a k_v) U A = (\rho - \rho_a) g A \sin \theta - \frac{1}{2} c_D \rho_a U_f^2 h - \frac{1}{2} f_i \rho_a U^2 P_i - \frac{1}{2} f_b \rho_b U^2 P_b \quad (2)$$

ここで、 c_D 、 f_i 、 f_b は抗力係数と摩擦係数である。塩水のサーマルでは有効重力の総和は保存され、 $B_0 = C_0 A_0 = CA$ (3) となる。ここで、 C_0 、 A_0 は流入時の塩分濃度、体積である。サーマルの形状を次のように表す。

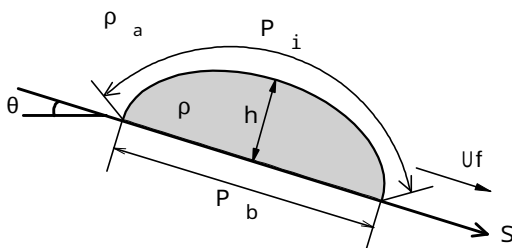


図1 傾斜壁面サーマルの模式図と記号

$$A = \xi_A h^2; \quad P_i = \xi_i h; \quad P_b = \xi_b h \quad (4)$$

ここで、 ξ_A 、 ξ_i 、 ξ_b が形状係数はサーマルの形状が半楕円形で近似できるとし、次のように表した。

$$\xi_A = \frac{\pi}{4} \xi_b \quad (5) \quad \xi_i = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{(4\xi_b^{-2} + 1)} \xi_b \quad (6)$$

また、形状係数 ξ_b を次の実験式で近似する。

$$\xi_b = 8.47\theta^{-1/3} \quad (7)$$

ただし、 θ は度の単位で表す。式(8)は傾斜角が大きいほど高さ h と P_b の比が小さくなることを示す。

連行係数 E_w は傾斜角 θ の関数であり、 θ が大きくなるとそれに比例して大きくなることから次のように表す。

$$E_w = E_{90} \frac{\theta}{90^\circ} \quad (8)$$

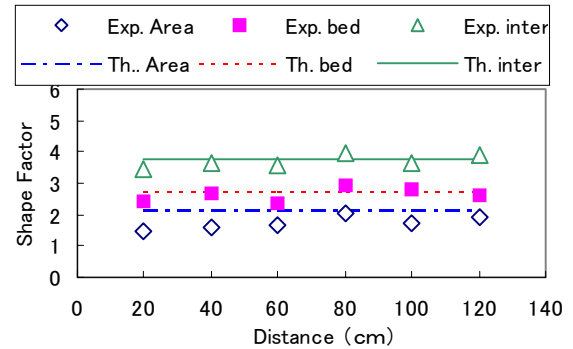


図2 傾斜角 30 度の場合の形状係数、印は ξ_i 、■印は ξ_b 、印は ξ_A

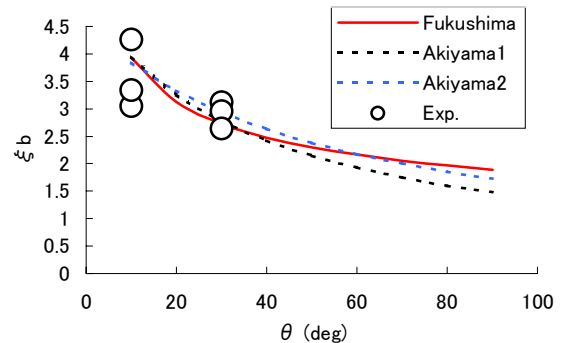


図3 形状係数 ξ_b と傾斜角 θ の関係

ここで、 E_{90} は鉛直の条件における連行係数である。

3. 形状係数の評価

実験により A 、 h 、 P_b 、 P_i を直接測定し、定義式(4)で形状係数 ξ_A 、 ξ_i 、 ξ_b を求めた。図 2 に傾斜角が 30 度の場合の形状係数を流下距離に対して示す。図中直線が式(5)、(6)、(7)の実験式であり、記号が測定値である。これより、形状係数の測定値は実験式と良く一致していることが分かる。これより、全体的に測定値は実験式に比べて小さいことが分かる。これはこの場合のように傾斜角が小さくなるとフロントと後続部(テール)の判別が難しくなり、フロントの大きさを過小評価したためである。

図 3 は形状係数 ξ_b を傾斜角に対して示したものである。図中の曲線は式(8)の実験式、秋山らのサーマルとプルームに対する実験式である。この図より、測定値はほぼ実験値と同じ値をとることが分かり、式(8)が有効であることが示される。

4. 連行係数の評価

図 4 に実験で求めた連行係数と傾斜角の関係を実験式(9)と比較したものである。これから分かるように連行係数の実験値はかなりばらつく。これは連行係数が高さの微分あるいは面積の微分で定義され、高さあるいは面積の差をとるとき大きな誤差を生むからである。この図より鉛直の場合の連行係数 E_{90} の値は 0.4 から 0.5 の場合に連行係数の測定値が実験式とほぼ一致することが分かる。

一般に連行係数は密度成層の安定度を表すパラメータであるリチャードソン数 R_i

$$R_i = \frac{\Delta \rho}{\rho_a} \frac{gh \cos \theta}{U^2} \quad (9)$$

と関係付けられることが知られている。このことから秋山ほかは E_w と R_i の関係を求めている。これにならってこれらの関係を図示したものが図 5 である。図中の曲線は Turner の実験式

$$E_w = \frac{0.47 - 0.20R_i}{1 + 0.88R_i} \quad (10)$$

である。これより今回求めた実験値はほぼ Turner の実験式(10)と一致しており、他の研究者の求めた値と同様の傾向にあることが分かる。

図 6 に最大厚さと流下速度の数値解と実験値を比

較したものを示す。最大厚さは連行係数の値に大きく依存し、 E_{90} を 0.5 とするとき、両者は一致する。流下速度は抗力係数 C_D の値によって大きく変化する。この実験条件では $C_D=1.0$ とするとき、両者の一致は良好である。このように実験によって定めた形状係数と連行係数を用いることで良好なシミュレーションを行うことができる。

文献 秋山ほか、ながれ、16, 149-161, 1997.

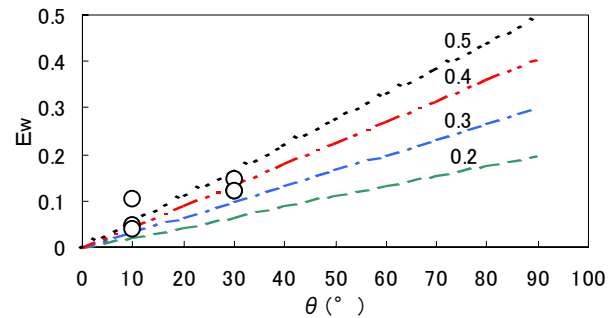


図 4 連行係数と傾斜角の関係 (方法 3)

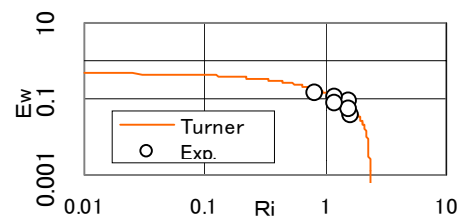


図 5 連行係数とリチャードソン数の関係

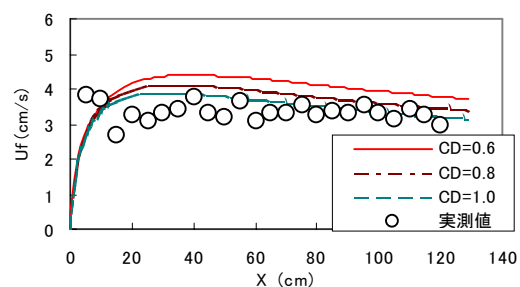
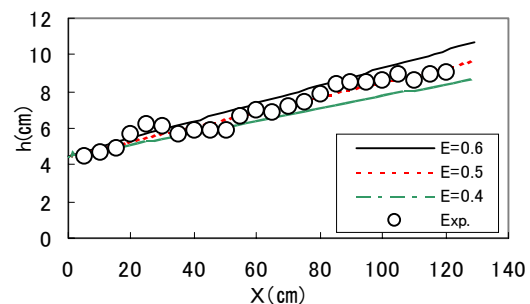


図 6 最大厚さと流下速度の数値解と実験値との比較、パラメータは連行係数 E と抗力係数 c_D