

混合径砂礫の離脱限界計算方式の比較

正員 王 方一

1. まえがき

二、三の計算方式による計算結果と資料に基づく基準式とを比較する。計算に用いる基本式はこれまでのもの [3], [4] を用いるが、それに含まれる二、三の係数の表示式は部分的に仮定し直す。

2. 使用される計算式

下流側の2底球（直径 d_b ）と下流側で接触し、任意の露出比 $\eta_i = S_{ei}/d_i$ ([3]のFig.1) の1球（ d_i ）の無次元離脱限界掃流力は $\tau^{*ci} = \tau^{*c\delta f}/K_{si}$, $\tau^{*c\delta f} = \tau^{*coi}/K_{\delta f}$, $\tau^{*coi} = 1/[(3/4)(u_{oi}/u^{*ci})^2 \cdot C_{Dli} \cdot (G_i/\mu_i')] \dots$ (a) で表される [3], [4]。ここに $G_i = k_{Di} + \mu_i \cdot k_{Li}$, $\mu_i' = \mu_i \cdot \cos\alpha - \sin\alpha$ (記号は [3], [2] 参照)。本文の計算では $\cos\alpha \approx 1$, $\sin\alpha \approx 0$, $\mu_i' \approx \mu_i$ として、 $G_i/\mu_i' \approx G_i/\mu_i = k_{Li} + k_{Di}/\mu_i$ を用いる。

3. 計算式に含まれる諸係数

<3.1> $\eta_i > 0$ の場合

$k_{Di} = a_{Di} \cdot \eta_i + b_{Di}$, $b_{Di} = -0.14r_D + 0.21$ ($r_D \leq 1$), $b_{Di} = 0.0869/\exp(0.2163r_D)$ ($r_D > 1$), $a_{Di} = 1 - b_{Di}$
($0 < \eta \leq 1.0$) … (1); $k_{Li} = a_{Li} \cdot \eta_i + b_{Li}$, $b_{Li} = -0.1r_D + 0.21$ ($r_D \leq 1$), $b_{Li} = 0.1292/\exp(0.2559r_D)$ ($r_D > 1$),
 $a_{Li} = (0.3 - b_{Li})/0.8$ ($0 < \eta_i \leq 0.8$), $b_{Li} = 1.9$, $a_{Li} = -2$ ($0.8 < \eta_i \leq 1.0$) … (2); $K_{\delta f} = 2.4$ ($0 < \eta_i \leq 1.0$)
… (3); $C_{Dli} = 0.70(1 - 0.74\eta_i)$ ($0 < \eta_i \leq 1.0$) … (4); $k_{si} = 1 - 0.6\eta_i$ ($0 < \eta_i \leq 1.0$) … (5)。上記(1)式
と(2)式における下線部分 ($r_D > 1$) は [3], [4] のものと異なり、本文で新しく仮定し直した表示式である。

<3.2> $\eta_i \leq 0$ の場合

$k_{Di} = 1 / \{1 + m_{Di} \cdot \exp(-m_{Di}' \cdot \eta_i)\}$, $m_{Di} = (1/b_{Di}) - 1$, $m_{Di}' = 3r_D \dots$ (6);
 $k_{Li} = 1 / \{1 + m_{Li} \cdot \exp(-m_{Li}' \cdot \eta_i)\}$, $m_{Li} = (1/b_{Li}) - 1$, $m_{Li}' = 3r_D \dots$ (7);
 $K_{\delta f} = 1 + 1.4 / \exp(-m_{\delta f}' \cdot \eta_i)$, $m_{\delta f}' = 3r_D \dots$ (8); $C_{Di} = 0.7 \dots$ (9); $k_{si} = 1.0 \dots$ (10)。
 b_{Di} と b_{Li} は $\eta_i > 0$ の場合と同じ式を用いる。註：上記 k_{Di} , k_{Li} および $K_{\delta f}$ に関する (6), (7) および (8) 式に相当する文
献 [13], p.130 における (14-b), (15-b) および (16-b) 式には誤記の箇所がある。

4. ϕ_i , η_i および r_D 間の関係式 [3]

$$\sin\beta_i = (2r_D \cdot \eta_i + 1 - r_D) / (r_D^2 + 2r_D)^{1/2} \dots (b-1)$$

$$\eta_i = |(r_D^2 + 2r_D)^{1/2} \cdot \sin\beta_i + r_D - 1| / 2r_D \dots (b-2)$$

$$\text{ここに } \mu_i = \tan\phi_i, \beta_i = 90^\circ - \phi_i$$

5. 計算結果の検証に用いる基準式

林・他の式 $\tau^{*ci} / \tau^{*cb} = r_D^{-1.0}$ ($r_D \leq 1$), $\tau^{*ci} / \tau^{*cb} = |\log 8 / \log(8r_D)|^2$ ($r_D > 1$) は Egiazaroff の式 $|\log 19 / \log(19r_D)|^2$ (r_D 全域) に比して資料の適合範囲が広く ([5] の Fig.4)、本文では $\tau^{*ci} / \tau^{*cb} = r_D^{-1}$ ($r_D \leq 1$) … (c-1), $\tau^{*ci} / \tau^{*cb} = r_D^{-0.7}$ ($r_D > 1$) … (c-2) を用いて検証用の基準式とする。式(c-1) は林・他の式をそのまま用い、式(c-2) は林・他の式とはほとんど一致する簡略式である。次節で述べる計算では $\tau^{*ci} = (\tau^{*ci} / \tau^{*cb}) \cdot \tau^{*cb} \dots$ (d) において $\tau^{*cb} = 0.06$ と $\tau^{*cb} = 0.05$ とした2種類について比較する。添え字 b は平均径に関する量を指す。

6. 計算方式と計算結果

<6.1> ϕ の関係式を用いる方式

[4] では $\phi_i = a' r_D^{b'}$ [1] … (e) と式(a), (b) を用いて、数値実験を行い Egiazaroff の式 $0.1 / |\log(19r_D)|^2$ に適合する a' と b' の値を求めたが、ここでは $\tau^{*cb} = 0.06$ とした $\tau^{*ci} = 0.06 r_D^{-1}$ ($r_D \leq 1$) … (f-1), $\tau^{*ci} = 0.06 r_D^{-0.7}$

$(r_D > 1)$ の (f-2) を基準式 (Fig.1における実線) として用いる。数値実験による1例として $\phi_i = 66.8905 r_D^{-1.04}$ ($0.1, 0.5, 1.0$) の (11-1); $\phi_i = 66.8837 r_D^{-0.6608}$ ($1, 2, 10$) の (11-2) による計算結果をFig.1で破線で示す。式 (11) の () 内の数字は両端が区間区分点における r_D の値、また中間が区間内で基準式と一致する点における r_D の値を示す。(以後同様)

<6.2> η の関係式を用いる方式

ここでは $\eta_i = k_a \cdot r_D^{k_m} + k_b \cdots$ (g) を仮定し、これを式(a), (b)と共に用いて、数値実験した1例として $\eta_i = -0.4210 \cdot r_D^{-1.08} + 0.7615$ ($0.1, 0.4, 1.0$) の (12-1); $\eta_i = -0.6477 \cdot r_D^{-1.93} + 0.9876$ ($1, 3, 10$) の (12-2) による結果はFig.1で点線で示す。 k_m の値を変えれば、区間内で基準式と一致する r_D の値が変わり、上下へのゆれの様子も変わる。

<6.3> 1つの区分方式

基準式(f-1)と(f-2)への適合性を高める目的で、 $k_{Li}, K_{Si}, C_{Dl}i$ などの値が $\eta_i = 0$ と $\eta_i = 0.8$ で折線的に変化することを考慮して、 $r_D = 0.081$ ($\phi_i = 90^\circ$), 0.67 ($\eta_i = 0$), 1 ($\tau_{*cb} = 0.06$), 2.2 ($\eta_i = 0.8$) および $r_D = 10$ を区分点として計算を試みた。

1例として $\eta_i = -0.2310 \cdot r_D^{-1.30} + 0.3887$ ($0.081, 0.3, 0.67$) の (13-1);
 $\eta_i = -1.5332 \cdot r_D^{-0.5} + 1.8731$ ($0.67, 0.8, 1.0$) の (13-2); $\eta_i = -2.1843 \cdot r_D^{-0.3} + 2.5242$ ($1, 1.5, 2.2$) の (13-3);
 $\eta_i = -1.1816 \cdot r_D^{-2.35} + 0.9853$ ($2.2, 4, 10$) の (13-4) をFig.2に上方の点線で示す。また(f)式による基準式はFig.2の上方実線で示す。<6-2>節の区分方式に比して適合性は目立って改善されるが、 $r_D > 2.2$ ではやはり基準式の上下にいく分ゆれる傾向がある。これは $r_D = 2.2$ ($\eta_i = 0.8$) を超えると、 k_{Li} の値が折線的に急減する式の形が原因と考えられる。次に $\tau_{*ci} = 0.05 \cdot r_D^{-1}$ ($r_D \leq 1$) の (g-1), $\tau_{*ci} = 0.05 \cdot r_D^{-0.70}$ ($r_D > 1$) の (g-2) を基準式 (Fig.2の下方の実線) とする場合の1例として、 $\eta_i = -0.2376 \cdot r_D^{-1.27} + 0.4546$ ($0.065, 0.2, 0.6$) の (14-1);
 $\eta_i = 2.0282 \cdot r_D^{-0.5} - 1.6152$ ($0.6, 0.8, 1.0$) の (14-2); $\eta_i = -0.4402 \cdot r_D^{-2.5} + 0.9012$ ($1, 1.5, 1.74$) の (14-3);
 $\eta_i = -0.6398 \cdot r_D^{-2.2} + 0.9898$ ($1.74, 4, 10$) の (14-4) の結果をFig.2の下方の点線で示す。(14)式の()内の $r_D = 0.065, 0.6$ および 1.74 はそれぞれ $\phi_i = 90^\circ$, $\eta_i = 0$, $\eta_i = 0.8$ に対応する値を示す。(14)式も第4区間では(13)式と同様の傾向を示す。

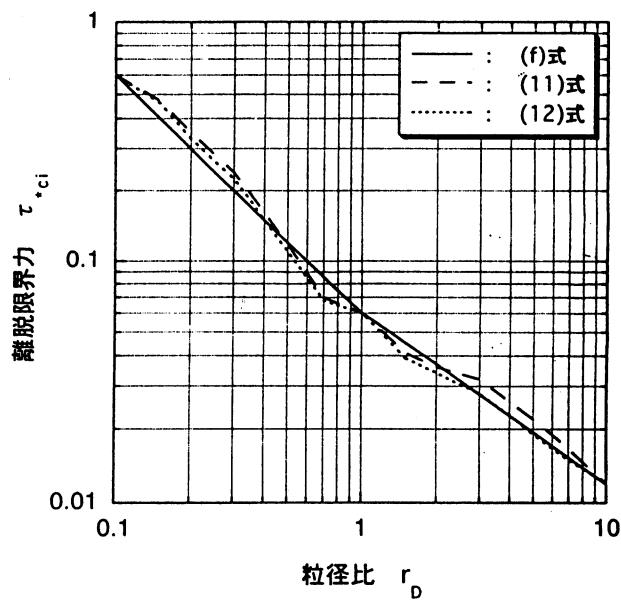


Fig.1 球径比と離脱限界力 (混合粒径)

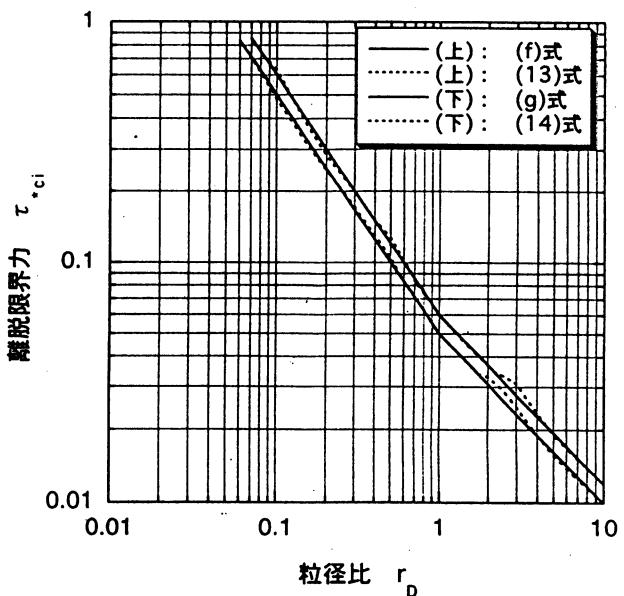


Fig.2 球径比と離脱限界力 (混合粒径)

6.結び

どの計算方式も区間長をより短く取れば適合性は改善される。選択は問題の内容に依存する。

参考文献 [1] Miller, R. L. et. al: Sedimentology, 1966, vol.6, 303-314. [2] Wang, F, Y: Proc. of 6th Int. Sym. on River Sedimentation, 1995-11, New Delhi, India, 659-669. [3] Wang, F, Y: Proc. of 10th Cong. of APD of IAHR, Langkawi, Malaysia, 1996-8, vol.2, 125-132. [4] 王 : 土木学会第51回年次講演概要集 1996-9, Part 2, II-277, 554-555. [5] Patel, P. L. et. al: Jour. of Hydraulic Research, 1999, vol.37, No.1, 39-58.