

流砂量に及ぼす砂粒子径の影響とその解釈

立命館大学大学院 学生員

伊藤隆郭*

立命館大学工学部 正会員 江頭進治*

1. はじめに 流砂量 $q_b \sim t_*^{3/2}$ 型の流砂量式によれば, 移動限界近傍において, 流砂量は粒子径の影響を受け, 粒子径が大きくなると流砂量は減少する. 一方, 掃流力の大きい領域においては, 粒子径の大小に関わらず, 流砂量は粒子径に依存しなくなる. とここで, 掃流力が大きい領域においては, 流砂量に対する粒子径の影響は現れないのだろうか? 本研究においては, このような古典的な課題について検討する.

2. 既往の流砂量式 既往の $q_b \sim t_*^{3/2}$ 型流砂量式の導出過程を大まかにみる. 図-1を参照すれば, 流砂量 q_b は式(1)で定義され, さらに式(1)は式(2)のように近似できる.

$$q_b = \int_0^{h_s} c u dz = \int_0^{h_s} c u dz \quad (1), \quad q_b \cong c_s u_s h_s \quad (2)$$

ここに, u, c は砂粒子の流速および体積濃度, u_s, c_s は u, c の平均値である. 摩擦速度 u_t , 限界摩擦速度 u_{tc} , 河床せん断力 t_b および限界掃流力 t_c とすれば, 既往の流砂量式は, 概ね $u_s \sim u_t - u_{tc}$ (\sim は比例の意味) および $c_s h_s \sim t_b - t_c$ という関係から導かれている.

3. 既往の実験データの解析 粒子移動速度 u_s および移動層厚 h_s について実験データを用いて検討する. 図-2は, 移動層厚比 h_s/d と t_* の平面に実験値¹⁾⁻³⁾を載せたものである. これによると, h_s/d は t_* の1乗に比例しており, 従来と同じである. 次に, u_s についてみる. 粒子移動層のみの平均流速 v のデータを得ることは困難である. ところが, 粒子移動層内部に着目すれば, この層内の流れは, 粒子が自由水面まで到達している土石流のものと違いがない. そこで, 土石流のデータ ($q > 12.0^\circ$) と $h_s \cong h_t$ と $h_s \cong h_t$ とみなせるデータ ($8^\circ < q \leq 12.0^\circ$) を用いる.

図-3は, 平均移動速度比 v/\sqrt{gd} と t_* の平面に実験値¹⁾⁻⁴⁾を載せたものである. これによると, v/\sqrt{gd} は概ね t_* の1~3/2乗程度に比例しており, $u_s \sim u_t^2$ or u_t^3 の関係にあるようである. 図-3の結果は, 従来のものとは異なり, 興味深い結果である.

4. 流砂量に対する粒径効果 実験データによれば, u_s は t_* の1~3/2乗程度に比例している. これについて, 連続体の保存則を用いて考察する. 図-1のような定常・等流状態の1次元流れを対象とすると, 力学的エネルギー保存則を $z = 0 \sim h_s$ に渡って積分すれば, 次式のようなのである.

$$0 = \int_0^{h_s} \mathbf{r}_m g \sin \mathbf{q} u dz + \mathbf{t}_b u_b - \int_0^{h_s} \Phi dz \quad (3)$$

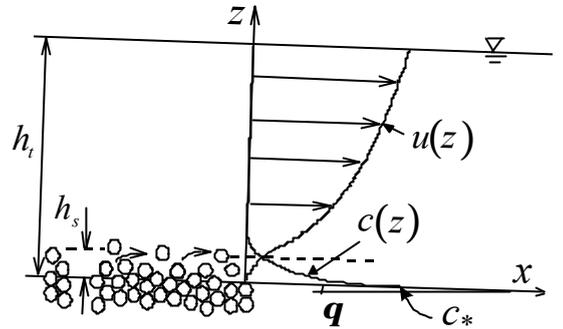


図-1 流れのモデル

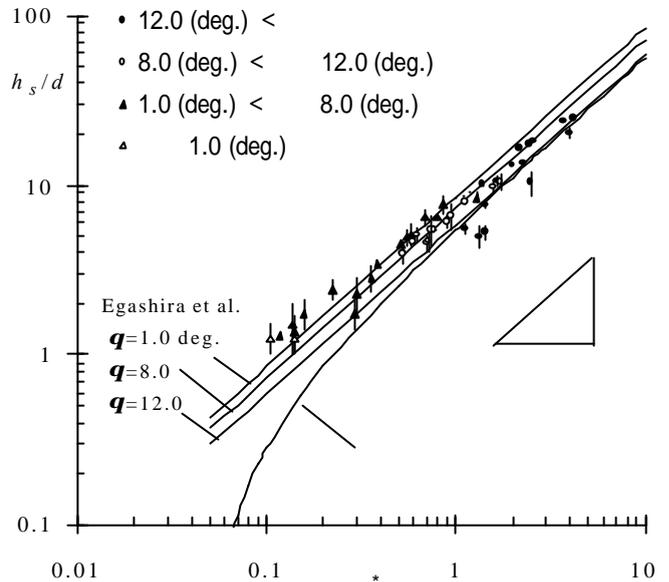


図-2 無次元掃流力と移動層厚の関係

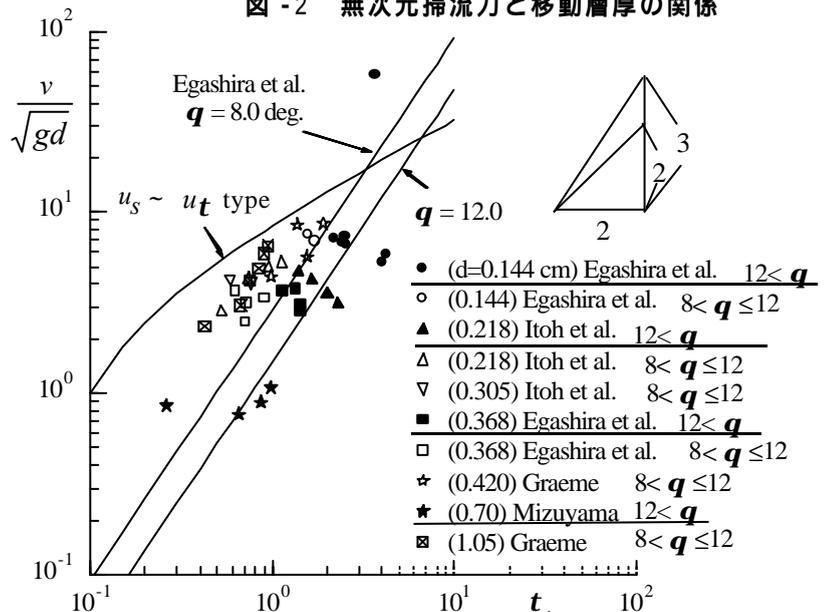


図-3 無次元掃流力と平均移動速度の関係

Key Words : sediment transport rate, sediment size, bed load, debris flow, constitutive equations

* 〒525-8577 滋賀県草津市野路東 1-1-1

TEL. 077-561-2732

FAX 077-561-2667

ここに、 \mathbf{r}_m は混合物の密度で、 \mathbf{s} を粒子の密度、 \mathbf{r} を流体の密度とすれば、 $\mathbf{r}_m = (\mathbf{s} - \mathbf{r})c + \mathbf{r}$ 、 g は重力加速度、 \mathbf{t} はせん断応力、 Φ はエネルギー散逸率、 u_b は $z = h_s$ における流速である。式(3)の右辺第 1 項は、式(1)を参考にすると、流砂量 q_b に対応する。簡単のために $u_b \cong u_s$ とおくと、式(3)右辺第 1 項および第 2 項から、 $q_b \sim c_s u_s h_s \sim \mathbf{t}_b u_s$ の関係にある。ところが、式(3)の右辺第 3 項に着目すると、 Φ はせん断応力や速度勾配の関数であるので、 u_s の関数である。これは、エネルギー散逸の構造が分からなければ u_s が求められないことを意味している。

式(3)において、 $z = 0$ 近傍以外の領域で $\Phi = 0$ とすれば、粒子移動層は連続体の特殊な例に相当する剛体として運動し、エネルギー散逸は、河床面近傍において生じるものと解釈できる。Bagnold の研究⁵⁾を参考にすれば、河床近傍のせん断力の分配は、主に粒子衝突によるものが支配的であるので、剛体が運動する方向と逆向きに河床底面において動摩擦力が生じる。粒子移動層の u_s は、剛体として形式的に $u_s \sim u_t$ のように求められ、結局、 $q_b \sim c_s h_s u_s \sim \mathbf{t}_b u_t \sim u_t^3$ のようになる。

一方、式(3)において、 $z = 0 \sim h_s$ の領域内のエネルギー散逸を考慮して、 u_s と h_s を求める。定常・等流状態の 1 次元流れの運動方程式に、例えば江頭らの構成則⁶⁾を適用して、 $c = c_s$ とすると、粒子移動層内の平均流速 v および移動層厚 h_s は次式のように求められる⁷⁾。

$$\frac{v}{u_t} = \frac{4}{15} \frac{K_1 K_2}{\sqrt{f_d + f_f}} \mathbf{t}_* \quad (4), \quad \frac{h_s}{d} = \frac{K_1}{c_s} \mathbf{t}_* \quad (5) \quad K_1 = [\cos \mathbf{q} \{ (c_s / c_*)^{1/5} \tan \mathbf{f}_s - \tan \mathbf{q} \}]^{-1}, \quad K_2 = \frac{1}{c_s} \left[1 - \frac{h_s}{h_t} \right]^{1/2},$$

$\frac{h_s}{h_t} = \frac{\tan \mathbf{q}}{(\mathbf{s}/\mathbf{r}-1)c_s} \cdot \frac{1}{(c_s/c_*)^{1/5} \tan \mathbf{f}_s - \tan \mathbf{q}}$, $f_d = k_d (1-e^2) (\mathbf{s}/\mathbf{r}) c_s^{1/3}$, $f_f = k_f (1-c_s)^{3/3} c_s^{-2/3}$, $v = \int_0^{h_s} u dz / h_s$ ここで、 \mathbf{f}_s は砂粒子の内部摩擦角、 k_f および k_d は実験定数、 e は反発係数、 c_* は静止堆積濃度である。図-3 には、実験値と共に式(4)および $u_s \sim u_t$ 型の結果を示している。これによれば、式(4)は実験値の傾向と概ね一致しており、概ね $u_s \sim u_t^3$ の関係にある。ここで、移動層厚についてみる。図-2 には、式(5)と $c_s h_s \sim \mathbf{t}_b - \mathbf{t}_c$ 型の結果を示している。これによれば、 \mathbf{t}_* が 0.1 程度よりも小さい領域を除けば、両者とも実験値とよく一致している。これより、粒子移動層の流速 u_s が移動層厚 h_s の関数となって、結局、 $q_b \sim c_s h_s u_s \sim \mathbf{t}_b u_s \sim u_t^5$ のようになる。

以上の結果より、 $q_b \sim \mathbf{t}_*^{3/2}$ 型と $q_b \sim \mathbf{t}_*^{5/2}$ 型の流砂量式との違いは、式(3)の右辺第 3 項が議論されて u_s が導出されているか否かにある。図-4 は、 q_b と u_t の平面において、著者らの実験値³⁾と既往の実験値^{1), 2), 8)-10)}を示したものである。比較のため、江頭らによる $q_b \sim u_t^5$ 型の流砂量式⁷⁾も載せている。これによると、実験値および計算値ともに掃流力の大きい領域においても流砂量に対する粒径の影響が現れ、しかも両者はよく一致しているようである。

5. おわりに 流砂量に対する粒径の影響をみるために、粒子移動層厚 h_s および粒子移動層の流速 u_s に着目して検討した。粒子移動層内のエネルギー散逸機構に着目すれば、掃流力の大小に関わらず $u_s \sim u_t^3$ となり、流砂量は粒子径の影響を受け、粒径が大きくなると流砂量は小さくなる。なお、本研究は、文部省科研費基盤研究 B (代表 江頭進治) および文部省科研費特別研究員奨励費 (伊藤隆郭) の補助を受けている。ここに記して感謝します。

参考文献 1) 芦田ら：京大防災研年報，33B-2，293-306，1990，2) 芦田ら：京大防災研年報，34B-2，261-274，1991，3) 伊藤ら：水工学論文集，44，677-682，2000，4) 水山高久：新砂防，Vol.116，1-6，1980，5) R. A. Bagnold：Philosophical Trans., Roy. Soc. of London, Vol.249, 235-297, 1957, 6) 江頭ら：水工学論文集，41，789-794，1997，7) 例えば，江頭進治：混相流，11 巻，No.4，388-393，1997，8) G. K. Gilbert：USGS, Prof. Paper 86, 1914, 9) M. S. Graeme：Jour. of Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, No.3, 267-276, 10) 高橋正佑：新砂防，Vol.60，5-14，1966。

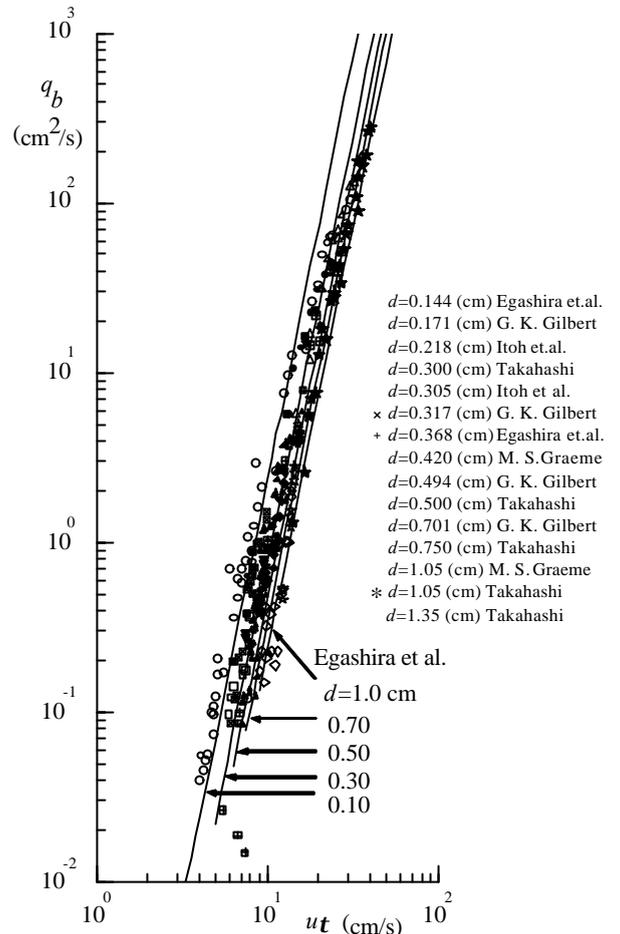


図-4 流砂量に関する実験値