

固有直交関数展開による開水路凹部流れの主成分分析

神戸大学大学院 学生員 兵頭 伸幸
 神戸大学工学部 正会員 神田 徹
 神戸大学工学部 正会員 宮本 仁志

1. まえがき

筆者らは、水路床に凹部を設けた開水路流れを対象として、主に凹部形状の変化が流況に及ぼす影響について検討を行ってきた¹⁾。本研究では、凹部形状比を一定にして、凹部における流況特性を PIV 計測により調べた。得られた流速値の変動成分に固有直交関数展開 (POD) 法を適用することにより、凹部における流速変動の主成分分析を行った。

2. 実験の概要および計測法

図-1, 表-1 に実験水路の概要および実験条件をそれぞれ示す。レイノルズ数 Re の変化が流況に及ぼす影響を調べるため、凹部形状比 L/D およびフルード数 Fr を一定とし ($L/D = 4.0$, $Fr = 0.34 \sim 0.36$), レイノルズ数 Re を系統的に変化させる。流れ場の計測には PIV¹⁾を用いた。

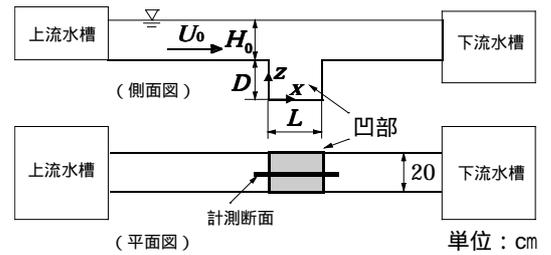


図-1 実験水路の概要

表-1 実験条件

Case	D (cm)	Q (cm ³ /s)	H_0 (cm)	L (cm)	U_0 (cm/s)	Re	Fr
1	2.0	610	2.0	8.0	15.3	3050	0.34
2	2.5	890	2.5	10.0	17.8	4450	0.36
3	3.0	1120	3.0	12.0	18.7	5600	0.34
4	3.5	1460	3.5	14.0	20.9	7300	0.36
5	4.0	1750	4.0	16.0	21.9	8750	0.35
6	4.5	2080	4.5	18.0	23.1	10400	0.35
7	5.0	2450	5.0	20.0	24.5	12250	0.35

Q : 流量, H_0 : 流入水深, U_0 : 流入部での断面平均流速, Re : レイノルズ数 ($= U_0 H_0 / \nu$), Fr : フルード数 ($= U_0 / (g H_0)^{1/2}$), D : 凹部水深, L : 凹部長さ, L/D : 凹部形状比 ($= 4.0$)

3. 固有直交関数展開 (POD)²⁾

POD は多変量解析における主成分分析と同様の手法であり、次式により各モード m の固有ベクトル $\Phi_m(x, y)$ が算出される。

$$[R_u] \{\Phi\} = \lambda_m \{\Phi\} \quad (1)$$

ここに, $[R_u]$: 各点の流速変動成分 ($u'(x, y)$, $w'(x, y)$) の空間相関マトリクス, $\{\Phi\}$: $[R_u]$ の固有ベクトル, λ_m : $[R_u]$ の固有値である。

モード m の流速変動成分 u_m' は式(1)で得られる固有ベクトル $\Phi_m(x, y)$ を用いて次式より得られる。

$$u_m'(x, y, t) = a_m(t) \Phi_m(x, y), \quad u'(x, y, t) = \sum_{m=1}^M u_m \quad (2)$$

ここに, $a_m(t)$: モード m ($m=1, 2, \dots, M$) の基準座標である。

また, モード m の固有値 λ_m は, そのモードの変動成分のエネルギーを表しているため, 次式で示される累積寄与率 C_N は, 全変動エネルギーに対する N 次モードまでの変動エネルギーの割合を表すことになる。

$$C_N = \sum_{m=1}^N c_m = \sum_{m=1}^N \lambda_m / \sum_{m=1}^M \lambda_m \quad (3)$$

ここに, c_m : モード m の寄与率である。

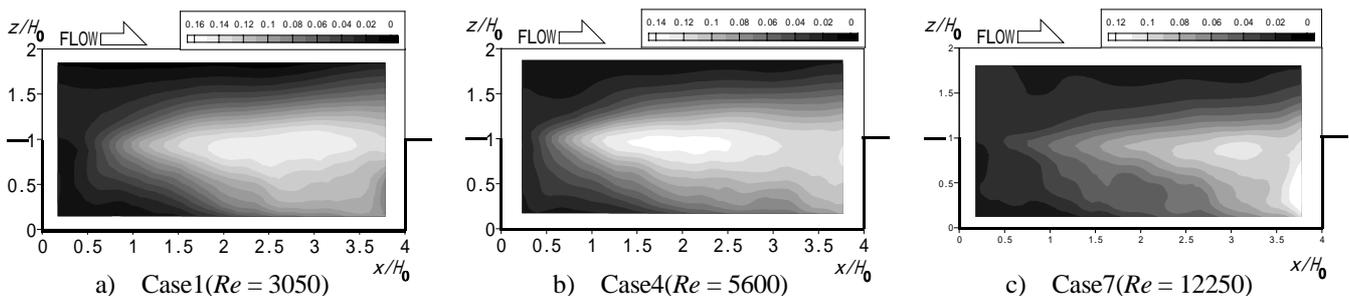


図-2 z 方向の乱れ強度 w'/U_0 のコンター

キーワード: 開水路, 凹部, 乱流, POD, PIV

連絡先 〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1 TEL 078-881-1212 FAX 078-803-6069

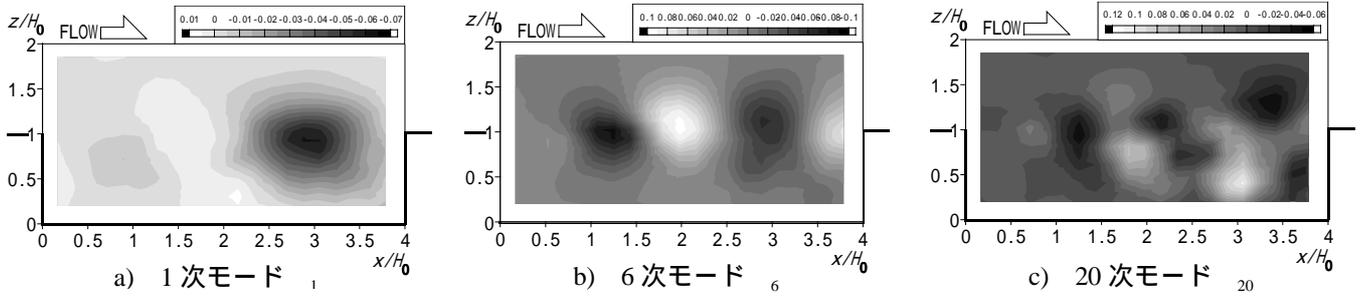


図-3 固有ベクトル w'_m のコンター (Case1)

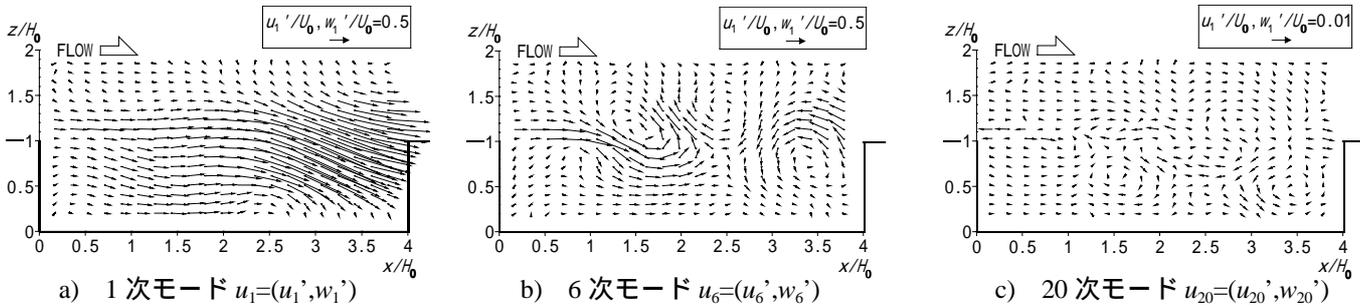


図-4 再合成変動流速ベクトル u_m (Case1)

4. 流速変動成分の主成分分析 (POD 解析) の結果と考察

図-2 に各レイノルズ数 Re における z 方向の乱れ強度 w'/U_0 のコンターを示す. Case1 では, 主流 - 凹部境界面で w'/U_0 の値は最大値となり, 凹部下流の段上がり付近で, w'/U_0 の値は大きくなっている. 他のケース (Case4, Case7) でも, w'/U_0 は同様の分布を示している. 以上より, 各 Case において, z 方向の乱れ強度 w'/U_0 の分布の変化は小さい. そこで, POD 解析を用いて, 乱流諸統計量では捉えきれない変動成分や流況特性について検討を行う.

図-3 に Case1 における流速 w に対する 1 次, 6 次および 20 次モードの固有ベクトル w'_1, w'_6, w'_{20} のコンターを, 図-4 に図-3 の固有ベクトルを用いて再合成した変動流速ベクトルを示す. 図-3 a) においては, 凹部下流の段上がり付近で, w'_1 の絶対値が大きくなっている. 変動流速ベクトル u_1 (図-4 a)) は, それに対応して下流側で大きな値となる. また, 図-2 の z 方向の乱れ強度分布においても, ほぼ同じ位置の w'/U_0 の値は大きくなっている. これより, 最も大きい変動エネルギーを表す 1 次モードの成分は, 段上がりにより生じる流速変動を表しているものと考えられる. 一方, 図-3 b) においては, 主流 - 凹部境界に沿って w'_6 の極値が数個あり, 対応する図-4 b) においてほぼ同じ位置に渦が存在している. これより, 6 次モードの主成分は主流 - 凹部境界に形成される組織渦を表していると考えられる. 図-3 c) においては, w'_{20} の極値が凹部内全体に点在しており, 図-4 c) では, 凹部内全体で小スケール渦が存在している. これより, 20 次モードの成分は, 空間スケールが小さい渦に対応していると考えられる.

図-5 に各 Case の累積寄与率 C_N を示す. これより, 全 Case を通して 20 次までの累積寄与率 C_{20} で約 70 ~ 75% の値となっている. 各 Case においては, 約 700 モードまで固有値 λ_m および累積寄与率 C_N が算出しているが, 20 次まで (全体の約 3%) の成分で, 主要な流速変動の約 70% を表している.

今後は, 水理条件 (レイノルズ数, フルード数) の変化が凹部流況に及ぼす影響について, POD 解析を用いた流速変動成分の主成分分析を行う予定である.

参考文献

- 1) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 2) 田村幸雄: 固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ, 日本風工学誌, 第65号, pp.33-41, 1995.

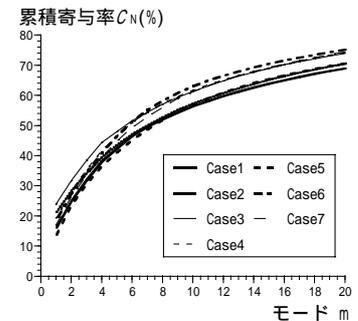


図-5 累積寄与率