

# 管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路の定常流の解析

早稲田大学理工学部

フェロー 鮎川 登

早稲田大学大学院理工学研究科

学生会員 鈴木 祥弘

## 1. はじめに

雨水管内の流れや地下放水路内では、管路の流れから開水路の流れへの遷移や開水路の流れから管路の流れへの遷移が生ずることがある。本研究では、管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の解析を試みた結果について述べる。

## 2. 管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流

船水・高桑<sup>1)</sup>は管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流について実験を行い、管路の流れから開水路の流れへの遷移について次のことを示した。(1) 管路の流れから開水路の流れに遷移する断面の水深は、図1に示すように、不連続に変化する。(2) 管路の流れから開水路の流れに遷移する断面付近の管路の流れの動水勾配線は、図1に示すように、管頂より低くなる。すなわち、管路の流れから開水路の流れに遷移する断面付近の管頂の圧力は負圧になる。

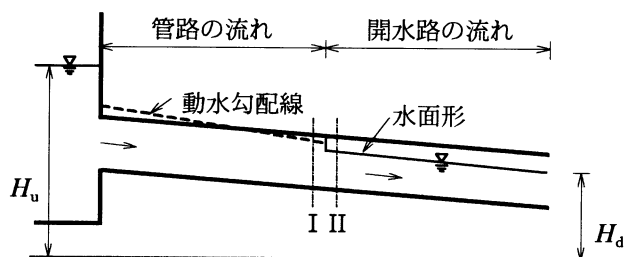


図1. 管路の流れから開水路の流れに遷移する流れ

## 3. 管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の解析

図1に示すような管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の場合は、上流側の管路の流れは上流端の水槽の水位  $H_u$  によって決定され、下流側の開水路の流れは下流端の水位  $H_d$  によって決定される。そのため管路の流れから開水路の流れに遷移する断面で水深が不連続に変化するものと考えられる。この事情は跳水の場合と似ているので、跳水が生ずる条件を求めるための手順に従って管路の流れから開水路の流れに遷移するさいの条件を導くことを試みる。

図1に示すように、管路の流れから開水路の流れに遷移する断面をはさんで断面Iと断面IIをとり、断面I～II間を control volume として運動量方程式をたてると、次のようになる。ただし、重力および水路壁面に作用する剪断力は無視する。

$$P_1 - P_2 = \beta_2 \rho Q v_2 - \beta_1 \rho Q v_1 \quad (1)$$

ここで、 $P$ は全圧力、 $Q$ は流量、 $v$ は流速、 $\rho$ は水の密度、 $\beta$ は運動量補正係数であり、添字の1、2は断面Iと断面IIにおける量を表す。

断面Iの中心の圧力を  $p_1$ 、管路の内径を  $D$  とすると、断面Iに作用する全圧力  $P_1$  は次のように表示される。

$$P_1 = \left( \pi D^2 / 4 \right) p_1 \quad (2)$$

図2を参照すると、断面IIに作用する全圧力  $P_2$  は次のように表示される。

$$P_2 = \int_0^h \rho g (h - z) D \sin \phi dz \\ = \left( \rho g D^3 / 4 \right) \left( \sin^3 \phi_0 / 3 + \cos \phi_0 \sin 2\phi_0 / 4 - \phi_0 \cos \phi_0 / 2 \right) \quad (3)$$

ここで、 $h$ は水深、 $g$ は重力の加速度であり、 $z$ および $\phi$ 、 $\phi_0$ は図2に示す量を表す。

断面Iおよび断面IIの流速  $v_1$  および  $v_2$  は次のように表示される。

$$v_1 = 4Q / \pi D^2, \quad v_2 = 8Q / D^2 (2\phi_0 - \sin 2\phi_0) \quad (4)$$

式(2)～(4)を式(1)に代入し、整理すると、次式が得られる。

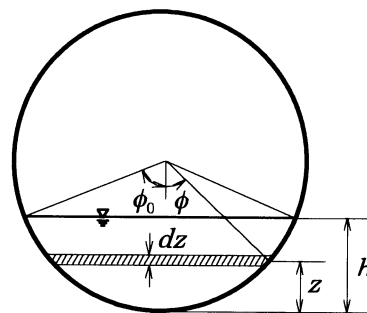


図2. 全圧力の計算の説明図

$$\begin{aligned} p/\rho g = & (D/\pi) \left( \sin^3 \phi_0 / 3 + \cos \phi_0 \sin 2\phi_0 / 4 - \phi_0 \cos \phi_0 / 2 \right) \\ & + 32\beta_2 Q^2 / g\pi D^4 (2\phi_0 - \sin 2\phi_0) - 16\beta_1 Q^2 / g\pi^2 D^4 \end{aligned} \quad (5)$$

なお、水深  $h$  と角  $\phi_0$  の間には次の関係がある。

$$h = (D/2)(1 - \cos \phi_0) \quad (6)$$

円管路の上流端の水槽の水位により決定される管路の流れの断面中心の圧力水頭  $p/\rho g$  と円管路の下流端の水深によって決定される開水路の流れの水深  $h$  (すなわち、角  $\phi_0$ ) が式(5)の関係を満たす断面で、管路の流れから開水路の流れに遷移することになるものと考えられる。

式(5)によると、管路の流れから開水路の流れへの遷移が生ずる断面の中心の圧力水頭は管路の半径より小さくなる、すなわち、管路の流れから開水路の流れへの遷移が生ずる断面の管頂の圧力は負圧になることが示される。

図1に示すような管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の計算は次のように行われる。管路の流れについては、上流端の水槽の水面と管路の断面について Bernoulli の式をたてると、次式が得られる。

$$p/\rho g = H_u - \left\{ z + (f_e + \alpha + f x/D) (8Q^2 / g\pi^2 D^4) \right\} \quad (7)$$

ここで、 $p$  は管路断面の中心の圧力、 $H_u$  は上流端の水槽の水位、 $z$  は管路の入り口から  $x$  の位置の断面中心の高さ、 $f_e$  は入口の損失係数、 $\alpha$  はエネルギー補正係数、 $f$  は抵抗係数である。

開水路の流れは、一様断面水路の開水路不等流の支配方程式

$$dh/dx = (S_0 - fQ^2/8gRA^2) / (1 - \alpha BQ^2/gA^3) \quad (8)$$

を下流端の水深を境界条件として積分することにより計算される。ここで、 $S_0$  は管路勾配、 $R$  は径深、 $A$  は流水断面積、 $B$  は水面幅である。

上流側の管路の流れについては、条件として与えられる流量  $Q$  と水槽の水位  $H_u$  を用いて式(7)により各断面の中心の圧力水頭  $p/\rho g$  を計算する。下流側の開水路の流れについては、下流端の水深を境界条件として式(8)により各断面の水深  $h$  を求める。そして管路の流れの圧力水頭と開水路の流れの水深が式(5)の関係を満たす断面を探すと、その断面で管路の流れから開水路の流れに遷移することになる。その断面より上流側の流れは管路の流れになり、式(7)により計算され、その断面より下流側の流れは開水路の流れになり、式(8)により計算される。

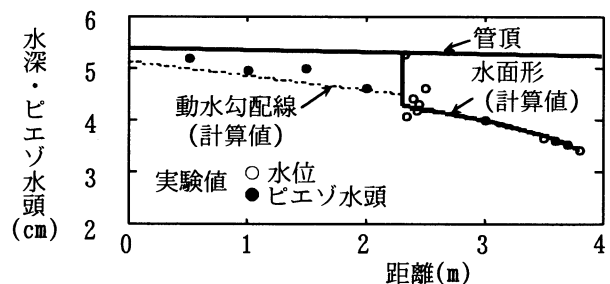
#### 4. 解析法の妥当性の検証

上述した管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の解析法の妥当性を検証するために、船水・高桑<sup>1)</sup>の実験の流れを解析し、計算値と実験値を比較した。船水・高桑の実験は内径  $5.2\text{cm}$ 、長さ  $4\text{m}$  のアクリル製円管路を用いて、流量と管路勾配 および下流端の水位を変えて行われた。ここでは、管路勾配が  $S_0 = 4.75 \times 10^{-4}$  で、流量を  $682\text{cm}^3/\text{s}$  および  $796\text{cm}^3/\text{s}$  とした場合の実験の流れを解析し、計算値と実験値を比較した結果を図3に示す。図3によると、計算値と実験値はほぼ一致し、本報文で提案した管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の解析法の妥当性が示された。

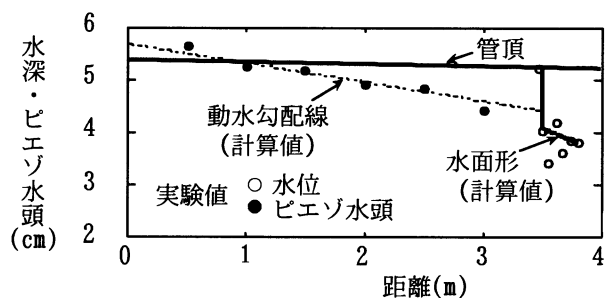
#### 5. おわりに

管路の流れから開水路の流れに遷移する円管路内の定常流の解析法を提案し、実験の流れに適用し、その妥当性を示した。

参考文献 1) 船水尚行・高桑哲男：開水路・管水路遷移流れの実験的研究、衛生工学研究討論会講演集自由投稿発表部門, pp. 37-39, 1992。



(a)  $S_0 = 4.75 \times 10^{-4}$ ,  $Q = 682\text{cm}^3/\text{s}$  の場合



(b)  $S_0 = 4.75 \times 10^{-4}$ ,  $Q = 796\text{cm}^3/\text{s}$  の場合

図3. 圧力水頭・水深の計算値と観測値の比較