

広域不均質帯水層における地下水流動解析

室蘭工業大学 学生員 和田 麻衣子
室蘭工業大学 正会員 藤間 聡

1. はじめに

水資源として地下水を有効に利用するため、地下水応答を合理的かつ的確に予測し、広域地下水流動モデルを構築する必要がある。このため地下水流動方程式の主要パラメータである透水係数を精度良くかつ系統的に推定する手法が必要となる。

本研究では、広範囲において、利用可能な観測値および事前情報が少ない地下水流動を解析対象とし、誤差処理にカルマンフィルタ理論、非観測地点の地下水位の推定にバリオグラムを用いて、有限要素法による逆問題として透水量係数、透水係数、流向、流速を推定する。

2. 観測地下水位の誤差処理

地下水観測値から地下水パラメータを求める逆問題において、観測値に誤差が含まれていると、同定すべきパラメータは最適値に収束せず、ときには物理的に許容できない値を得る場合がある。従って、本研究ではカルマンフィルタ理論の固定区間スムージングを適用して誤差を分離し、観測地下水の平滑推定値を求め、以後の解析において観測値として用いることにする。

3. 非観測地点の地下水位の推定

前節の方法により観測誤差の処理を行った後、非観測地点の地下水位を統計的手法を用いて推定する。任意の非観測地点の地下水位 H は、平均地下水位と地下水位変動量の和で表す。本研究では、地下水位変動量を確率変数として考え、地下水位の変動成分の分散を一定とする代わりに、弱定常過程の成立条件を緩和するとともに変動成分の統計的空間分布をより正確に表現できると考えられるバリオグラムを導入する。バリオグラムは、二点間の状態変数の差の分散を定義するもので、一定距離 d 離れた二点の地下水位変動量の差の分散が移動に際し不変とするものであり、次式によって与えられる。

$$\gamma(d) = \frac{1}{2N(d)} \sum_{i=1}^{N(d)} [Z(X_i + d) - Z(X_i)]^2 \quad (1)$$

ここで、 $\gamma(d)$ はバリオグラム、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位変動量、 d は二点間の距離、 $N(d)$ は観測点総数を示す。任意の非観測地点における地下水位変動量は次式で示される線形回帰式により推定を行う。

$$Z^*(X_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_0^i Z(X_i) \quad (2)$$

ここで、 $Z^*(X_0)$ は非観測地点 X_0 における地下水位変動量の推定値、 $Z(X_i)$ は観測地点 X_i における地下水位変動量の観測値、 λ_0^i は $Z(X_i)$ の重み係数である。

(2)式が最良不偏推定式となるために、推定誤差が零の不偏性を有すること、推定誤差の共分散が最小になることの2つの条件を満足しなければならない。本解析では、(2)式の重み係数 λ_0^j を推定誤差の不偏性と分散の最小化により同定する。

$$\sum_{j=1}^N \lambda_0^j \gamma(X_i - X_j) + \mu = \gamma(X_i - X_0) \quad \sum_{j=1}^N \lambda_0^j = 1 \quad (j=1, \dots, N) \quad (3)$$

上式を連立して解くことにより、最良近似式の係数 λ_0^j が決定される。

各観測地点における平均地下水位は二次元多項式からなる回帰式により推定を行う。

4. 透水係数の空間分布の推定

前節で得られた地下水位から透水量係数の空間分布を推定する。本解析では次式で示される平面二次元定常地下水流動方程式に関して非線形最小二乗による最適化手法を用いて推定する。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T(x, y) \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T(x, y) \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (4)$$

ここで、 H は地下水位、 T は透水量係数、 Q は涵養量または揚水量、 x, y は平面座標を示す。観測地点における透水量係数の最適値は観測地下水位に対するモデルによる計算地下水位の残差平方和を最小にするものと考え、最適解を探索するための評価基準として次式を適用する。

$$I(T) = \sum_{i=1}^N W_i [H_i - \bar{H}_i(T)]^2 \quad (5)$$

式中の I は評価基準、 H_i は推定地下水位、 $\bar{H}_i(T)$ は計算地下水位、 W_i は重みで、ここでは $W_i=1$ とする。

(5)式を透水量係数 T に関して最小化を行うと次式を得る。

$$\frac{\partial I(T)}{\partial T_m} = \sum_{i=1}^N J_T^T [H_i - \bar{H}_i(T)]^2 = 0 \quad (m=1, \dots, M) \quad (6)$$

ここで、 J_T^T はヤコビヤン行列と呼称される地下水位 H の透水量係数 T に関する偏微分係数である。また上付添え字 T は転置を示す。ここで、 M は同定すべき透水量係数の総数に対応する。(5)式で示される評価基準 I が極小となるとき、 T を最適同定値とする。

上記で求めた透水量係数 T を(7)式より透水係数 k に変換する。

$$k = T / h \quad (7)$$

ここで、 h は水深を示す。

5. 解析領域

解析領域は北海道南西部胆振地方に位置する東西5.0km、南北5.5kmの不圧帯水層である。解析は、領域を3つに分割して計算を行う。この地域の地質は最下層がシルト質土で構成されて、その上には軽石層、火砕流堆積物層が広範囲に分布している。これらの堆積層はいずれも高い透水性を有する。領域には31個の自記水位計が設置されている。また、使用するデータは1996年1月1日から3月1日までの61日間とする。

6. 解析結果

第一領域を2107節点、2016要素、第二領域を1426節点、1350要素、第三領域を1344節点、1265要素の小矩形領域に分割した。不透水層をシルト質土と仮定して、不透水面に関しては平均地下水位と同様に、多項式からなる回帰式により推定を行い、不透水面からの水深を求める。透水係数は、この水深と有限要素法で推定した透水量係数より求めた。その結果を図-1に示す。

透水係数は、30～960m/dayの範囲にあり、これは火山灰の透水係数に相当し、高い透水性を有している。また、第三領域西部において透水係数が高いのは現地では崖を形成しており、崖面の細かい粒子が抜け出ているためと思われる。

ダルシー則により、地下水の流速、流向を求めた結果を図-2に示す。流況は、領域中央部に位置する河川に向かい流れていることが認められる。

7. 結論

本報では、カルマンフィルタ理論を用いて誤差処理を行い、バリオグラムを用いて非観測地点の地下水位を算定することにより、解析が困難である広域帯水層の透水係数の空間分布および地下水の流速分布を推定した。カルマンフィルタ理論およびバリオグラムの適用により、逆問題の解の安定性と信頼性を高めることができた。

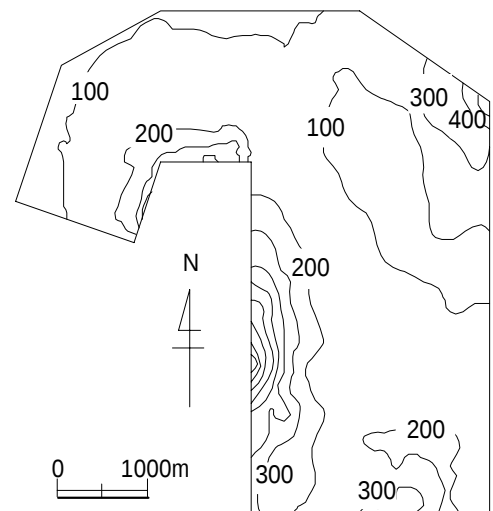


図-1 推定透水係数空間分布図(単位m/day)

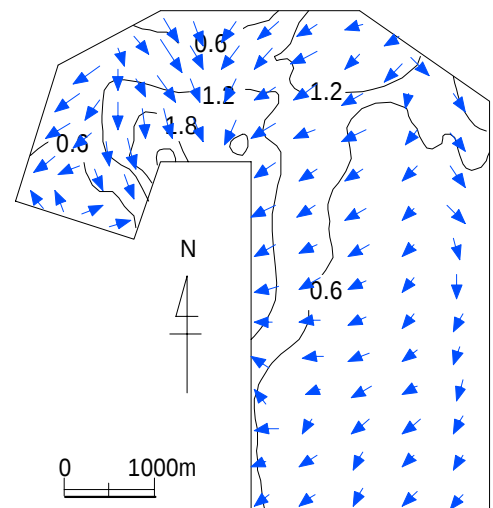


図-2 推定流向・流速図(単位m/day)