

水位流量曲線の利用に当たっての 2, 3 の注意

株式会社 水文環境 正会員 木下 武雄

1. はじめに： 水位流量曲線は、河川の水位と流量との間に一価関係があると仮定して作る曲線で、通常 $Q=a(H+b)^2$ と書く。H：水位、Q：流量で a, b は実測値から決める。以下 HQ 式と呼ぶ。これら a, b は年間約 36+α 回行う流量観測において測られた H と Q との実測値から最小二乗法で決める。HQ 曲線に毎時の観測水位を代入して毎時の流量を算出し、それを積算して日流量、年流量などを求める。この式は毎年作り直すし、洪水などで河床が変わった時にはその前後で別々に作成する。式作成のため用いる最小二乗法は $\sqrt{Q}=\sqrt{a}(H+b)$ として求めるので、Q のままで求めた係数とは相違するが、算盤で容易に計算できるので、古くから日本で広く用いられて来た。他の非線型式ではそうならない。この小文では、等流式と比較しつつ、HQ 式の特徴を明らかにして行こうとするものである。

2. 問題点：この形式の HQ 曲線には注意すべき点も多い。

- (1) 低水から高水まで一本の曲線とはならないものがある。水位上昇につれて、水が高水敷にのるなどの断面形状の著しい変化がその原因と言われる。
- (2) 実験式だから、もともになる観測値の分布する範囲なら利用できるが、外挿は避けなければならない。現実の使用に当たって、外挿の要望は多い。どの範囲まで外挿は許されるか。
- (3) 水面勾配の影響下では H と Q とが一価関数を持たず、HQ 曲線がループを描く。ループの傾向はすでにわかっている（木下：水位流量曲線からのずれについて、第 49 回年講 II-199, p.398, 1994）が、それをどのような形で HQ 曲線に導入するか。一つの具体的な方法は水文観測に記載されているので、ここでは論じない。
- (4) 水理学では等流において似た式 $Q=CA^pR^p$ が用いられる。C は水面勾配を含む係数でシェジー式なら $p=1/2$ 、マニング式なら $p=2/3$ である。A は（流水）断面積、 $R=A/B$ は径深である。定義に従えば B は潤辺であるが、実用上は川幅をとる。幅広い長方形水路なら水深を h として $A=Bh$ であるから、 $Q=CBh^{1+p}$ となる。つまり流量は水深の 1.5～1.7 乗に比例するから $Q=a(H+b)^2$ に似ている。しかし、一致しているのではない。

3. HQ 式に合う断面：等流式が成立つとして、水深の二乗が流量になるのならば断面形状が放物線等になることは容易にわかる。水深を h として、川幅 B が h のべき乗になると仮定し、 $B=bh^m$ とおくと HQ 式と等流式とが等しくなること $ah^2=CA^{1+p}B^{-p}$ 及び $dA/dh=B$ の関係から $m=1-p$ となる。つまり川幅が水深の 1/2～1/3 乗で広がる断面が、HQ 式に適合する。水深が深くなると岸が立ってくる断面がよいということである。水深が深くなると川幅が急に広がるような高水敷の広い河川断面は HQ 式にのらないということである。

4. HQ 式の逆転：水位が高くなると、流量が減るように見えることがある。これは等流式の断面特性 AR^p のうち、水位が高水敷にのった時に径深 R が不連続的に減るので、このようになることは前から知られていた。実務上、これを避けるには、河川断面を低水路・高水敷に分けて断面特性を求め流量を求めるという方法をとっているが、それでは低水路・高水敷の境で流速に差がつくことになる。HQ 式ではあくまで、全断面で一様流速と仮定しているので、どこに注意を払うべきか？等流式で水位を微分すると、

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dH} &= \frac{d}{dH} (CA^{1+p}B^{-p}) &= C \left(\frac{dA}{dH} (1+p) A^p B^{-p} + \frac{dB}{dH} (-p) A^{1+p} B^{-p-1} \right) \\ &= C(B(1+p)R^p - SpR^{1+p})\end{aligned}$$

キーワード： 水文観測、水位流量曲線

連絡先： 東京都中央区日本橋 10-6 FT ビル 2F (株)水文環境 TEL 03-3668-2171, FAX : 03-3668-2174

となり、右辺カッコ内第2項にマイナスがついている。ここに $S=dB/dH$ は河岸勾配の逆数で河岸緩度と呼ぶことにする。直立の河岸なら $S=0$ 、ゆるい河岸ならば S は大きい。つまり $B(1+p) < SpR$ となると水位上昇とともに流量が減ることになるので、その少し手前のところで HQ 曲線を分離しなければならないことを示している。

5. HQ 曲線の外挿：実験式を外挿する事はよくないが、少しだけ外挿しなければならないことは実務上ある。そこで、断面特性を用いて、外挿したい。それには等流式と HQ 式とが交点を持ち、そこでの微分（勾配）が一致するという条件を用いる。

$$\text{等流式：} Q = CA^{1+p} B^{-p}$$

$$\text{HQ 式：} Q = a(H+b)^2$$

$$\text{等流式の勾配：} \frac{dQ}{dH} = CR^p (B(1+p) - SpR)$$

$$\text{HQ 式の勾配：} \frac{dQ}{dH} = 2a (H+b)$$

それぞれに等しいとおく。河岸に堤防があるため、河岸緩度 $S=0$ と仮定する。こうやって HQ 式の a, b を求める。

$$a = CR^p (1+p)^2 B^2 / 4A$$

$$H+b = 2R / (1+p)$$

となる。両方の右辺は実測の流速 $V=CR^p$ と断面特性から求められるので、極めて便利である。各項の意味として、 a は流速 CR^p に比例し、 B^2/A は断面偏平度とでも言うべき量で、 $((1+p)/2)^2$ が係数として掛けられる。 $H+b$ は径深 R に $2/(1+p)$ という係数が掛けられている。この係数を用いた式を等流 HQ 式と呼ぶ。例えば某河川で $H=7.30\text{m}$ 、 $Q=5317\text{m}^3/\text{s}$ 、 $B=327.15\text{m}$ 、 $A=1354.42\text{m}^2$ 、 $V=CR^p=3.93\text{m/s}$ が実測されたとする。この水位も次に述べる最高水位 9.12m も含んで作った在来の HQ 式は $Q=246.41(H-2.84)^2$ と求められている。等流 HQ 式では上記の a, b がこれらの数値から求められる。

$$a = 3.93 \times (1+1/2)^2 \times 327.15^2 / (1354.42 \times 4) = 174.68$$

$$H+b = 2 \times 1354.42 / (327.15 \times (1+1/2)) = 5.52$$

$$b = 5.52 - 7.30 = -1.78$$

従って $Q=174.68(H-1.78)^2$ となる。これに対し水位が 9.12m において、実測値 $Q=9339.78\text{m}^3/\text{s}$ と比べると、

$$\text{在来の HQ 式（非外挿）} \quad Q=9718\text{m}^3/\text{s}$$

$$\text{等流 HQ 式（外挿）} \quad Q=9411\text{m}^3/\text{s}$$

となり、河岸緩度が無視できるところでは等流 HQ 式は良好な外挿式と言える。

6. HQ 式から水位観測の改善を目ざす：現在日本では、水位は 1cm 単位で測ることになっている。これは自記水位計は目視で量水標に合わせるという規定と測器の能力から決められたもので、現在の技術では改良の余地のある点である。高水時には 10cm を超える波が卓越するので、その場合は除くが、低水等で特に利水の要求度に比べて、 1cm 単位の観測で十分かどうか。HQ 式から

$$dQ=2a(H+b)dH$$

となるから $Q=51.55(H+2.21)^2$ 、 $H<1.68$ という例で仮に $H<1.6$ を代入してみると

$$dQ=748.3dH$$

となる。 1cm の水位変動が $7.48\text{m}^3/\text{s}$ の流量変動に相当する。昔の粗い水位計を習慣的に使うのではなく、利水の要求精度を dQ としてこれから求めた dH を観測できるような水位計を開発するのが本筋ではなかろうか。例えばここで要求精度が $1\text{m}^3/\text{s}$ なら水位計の精度は 1.3mm ということになる。

7. まとめ：わが国で広く用いられている水位流量曲線を等流式と比べつつその特徴を調べ、色々指摘されている問題点に対応する方法を提案した。いわゆる HQ 式は便利であるが、河川の断面形状により、幾本にか分割せねばならないこと、又実用上外挿せねばならないこともある。従来は実測値のみによって判断していたが、断面特性を用いることによりその場合の判断の手がかりをえた。また HQ 式によって「測れる水位」観測から「測らねばならない水位」観測への発想の転換についても一言提案した。