非線形分散長波モデルによるソリトン分裂波の計算

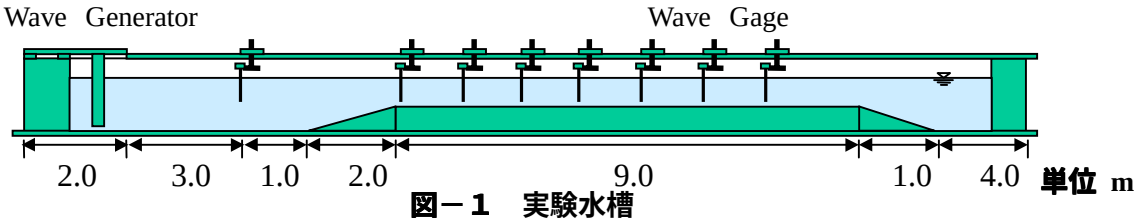
東海大学大学院　学生会員　深沢雅人
東海大学工学部　　正会員　後藤智明

１．はじめに

水面波を表現する方程式は様々あるが，それぞれ誘導の際の仮定を高度化することで発展し，より実現象に近い高精度な計算ができるようになってきた．その中でも，弱非線形性・弱分散性を仮定とする非線形分散長波理論は，浅海域における非線形性やソリトン分裂を表現できる式として津波や高潮の解析に用いられている．しかし，仮定を元に誘導した式を用いた数値解析なので，結果に誤差が含まれている．本研究では，水理実験結果と非線形分散長波理論による数値解析結果を比較し誤差特性を報告する．

２．水理実験

水理実験で使用した造波水槽を図－１に示す．実験には，全長 22m，幅 0.5m，低水路高 0.8m，高水路高 0.5mで低水路部の一端に造波板を有する両面ガラス張りの水路を用いた．造波板は水路端から 2mの位置に設置してある．水路端から 6mは低水路部で，それに続き 3/20 勾配が 2mあり，全長 9mの高水路部へとつながっている。入射波として孤立波を造波し，水槽底の斜面部・高水路部で波高増幅が起こるようになっている．また，波形及び波高の測定には容量式波高計 9〜15 本を波の伝播方向に設置して測定した．実験は上部水深を 10〜12cm，目標波高を 4.8〜9.3cm の間で変化させ，全 19 ケース行った．



図－１　実験水槽

３．数値計算

本研究での数値計算には Peregrine[1)]の式を水深方向で積分した式を用いた．支配方程式を以下に示す．

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \qquad \frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{D}\right)+gD\frac{\partial \eta}{\partial x}=\frac{h^2}{3}\frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial x^2}$$

ここに，Q は線流量，η は水位，D は全水深，h は静水深，g は重力加速度である．

実際の計算方法として，連続の式は中央差分を，運動の式は陽・陰解法を二段階に行う混合差分法[2)] を用いた．一段目の連続式，運動の式の計算は，

$$\frac{1}{\Delta t}\left[\eta_j^{n+1/2}-\eta_j^{n-1/2}\right]+\frac{1}{\Delta x}\left[Q_{j+1/2}^{n}-Q_{j-1/2}^{n}\right]=0 \qquad \frac{1}{\Delta t}\left[Q_{j+1/2}^{*}-Q_{j+1/2}^{n}\right]+\frac{gD}{\Delta x}\left[\eta_{j+1}^{n+1/2}-\eta_j^{n+1/2}\right]=0$$

となる．二段目は移流項と分散項に関する計算であり，

$$\frac{1}{\Delta t}\left[Q_{j+1/2}^{n+1}-Q_{j+1/2}^{*}\right]+\frac{1}{4\Delta x}\left[\left(\frac{Q}{D}\right)_{j+3/2}^{n}Q_{j+3/2}^{n+1}-\left(\frac{Q}{D}\right)_{j-1/2}^{n}Q_{j-1/2}^{n+1}\right]+\frac{1}{4\Delta x}\left[\left(\frac{Q}{D}\right)_{j+3/2}^{n}Q_{j+3/2}^{n}-\left(\frac{Q}{D}\right)_{j-1/2}^{n}Q_{j-1/2}^{n}\right]$$

$$=\frac{h^2}{3\Delta t\Delta x^2}\left[Q_{j+3/2}^{n+1}-2Q_{j-1/2}^{n+1}+Q_{j-1/2}^{n+1}\right]-\frac{h^2}{3\Delta t\Delta x^2}\left[Q_{j+3/2}^{n}-2Q_{j+1/2}^{n}+Q_{j-1/2}^{n}\right]$$

となる．ここに，j，n は差分格子番号をあらわし，Δt，Δx は差分格子間隔をあらわす．

キーワード：数値解析，非線形分散長波理論，ソリトン分裂波
連絡先　東海大学工学部土木工学科（〒259-1292　神奈川県平塚市北金目 1117　Tel 0463-50-2170）

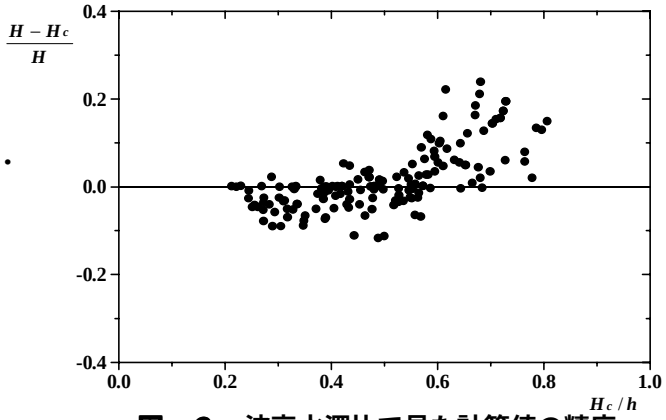
４．水理実験結果と数値計算結果の比較

造波板近傍の低水路部で測定された水位時系列データを境界値とし，時間格子長Δt=0.005（s），空間格子長Δx=0.02（m）で数値計算を行った．得られた波高の数値計算誤差と波高水深比の関係を図－２，図－３，図－４で示す．ここに，H は実験波高，H_C は計算波高，L は実験波長，L_C は計算波長，h は水深とする．

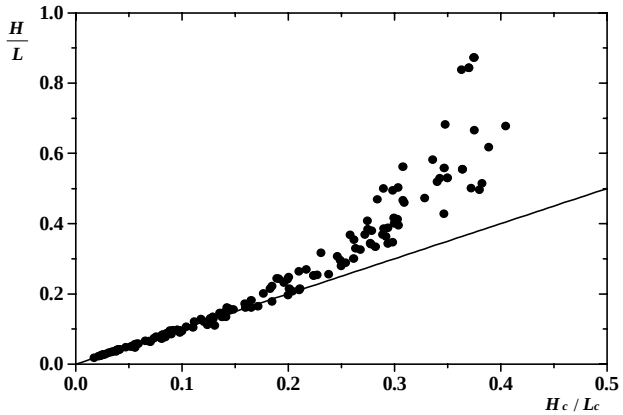
図－２は縦軸に実験波高に対する波高誤差の割合，横軸に波高水深比をとった相関である．波高水深比 0.6 以前は計算誤差が 0～10%付近に乗っており，比較的良い相関が見られる．しかし波高水深比 0.6 以降から計算誤差がプラス方向に 20%を越える誤差になっている．言い換えると，計算値は波高水深比 0.6 程度までは実験値を精度良く再現できるが，波高水深比 0.6 以上になると波高増幅率が実験値と比べて小さくなり，精度が悪くなると言える．

図－３は縦軸に実験波形勾配，横軸に計算波形勾配をとった相関である．波形勾配 0.2 付近から実験値と計算値に差が生じ勾配が大きくなっていることがわかる．

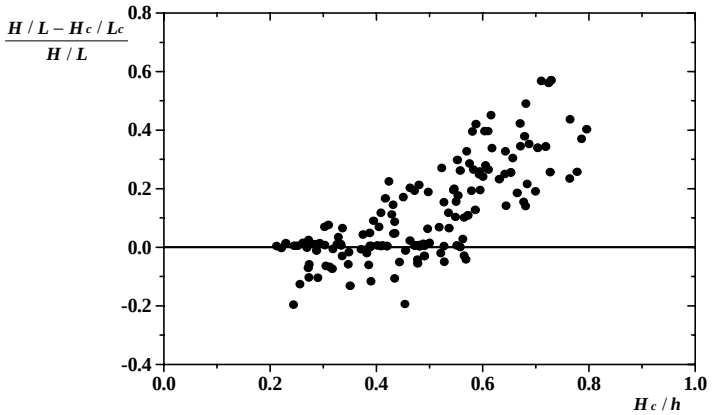
図－４は縦軸に実験波形勾配に対する波形勾配誤差の割合，横軸に波形勾配をとったグラフである．やはりこれも波高水深比 0.6 以上になると誤差が大きくなることがわかる．波高水深比 0.6 以上の誤差はプラス方向に進んでいる．



図－２　波高水深比で見た計算値の精度



図－３　波形勾配で見た計算値の精度



図－４　波高水深比の変化に伴う波形勾配誤差

５．おわりに

本研究では，波高・波形勾配を指標として誤差比較を行ったが，どちらも波高水深比 0.6 以上の波になると精度が悪くなる．これは，波高水深比 0.6 が非線形分散長波理論を適用できるある種の限界であることを表している．今後はソリトン分裂で生じた第二波についても同じような検討をしていきたい．

謝辞

本研究を実施するにあたり，多大なご助言を賜りました東海大学工学部土木工学科岩瀬浩之技術員，安田浩保氏に深く感謝いたします．加えて，実験に多大な協力をしてくれました，土木工学科の４年生の皆さんには，ここに記して謝意を表します．

参考文献

1)Peregrine , D.H.:　Long waves on a beach,　J.F.M., Vol27, Part 4, pp.815-827, 1967

2)原信彦・岩瀬浩之・後藤智明：非線形分散波理論式に関する多段階混合差分スキームの提案，第 45 回海岸工学講演会論文集，pp.26-30，1998