後退型応力積分アルゴリズムを導入した修正二曲面モデルによる動的解析の収束性向上*

日本鋼管株式会社　正　員　田中智之
名古屋大学　フェロー　宇佐美勉†
東北大学　正　員　岡澤重信
名古屋大学　正　員　葛西　昭

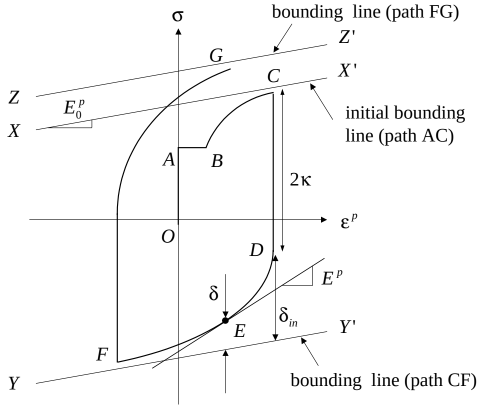
1.　緒言

本論文は，修正二曲面モデルを用いて弾塑性地震応答解析を行う際，後退型応力積分アルゴリズムを取り入れることによる解の安定性についてまとめたものである．

従来の修正二曲面モデルを用いた応力計算プログラムは，前進型応力積分アルゴリズムによるものであり，静的解析において種々の成果を挙げている．しかし，加速度増分の大きな入力地震動を用いる動的解析の際，解が安定しないことが明らかになりつつある．これは，変位増分が大きくなると，収束性が悪くなるという前進型積分法の特長によるものであると考えられる．そこで，ある程度大きな変位増分に対しても収束性の保証される後退型応力積分法を適用した応力計算アルゴリズムを構築することにより解の安定性の向上を図る．なお，解析は汎用構造解析プログラム ABAQUS を用いる．

2.　修正二曲面モデル

修正二曲面モデルは，Shen らにより，Dafailias，Popov の二曲面モデルに修正および追加を行い，より高精度化を図った構成モデルである．**図－1** は一軸応力状態の概要を示したものである．修正二曲面モデルは，二曲面モデルと同様に，応力空間に降伏曲面および境界曲面の 2 つの曲面を設定することが特徴であり，応力－塑性ひずみの接線硬化係数 E^p は，塑性開始点および現応力点における 2 つの曲面間距離 δ_{in} および δ を用いて，以下の式で計算されるとしている．



$$E^p = E_0^p + h\frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \tag{1}$$

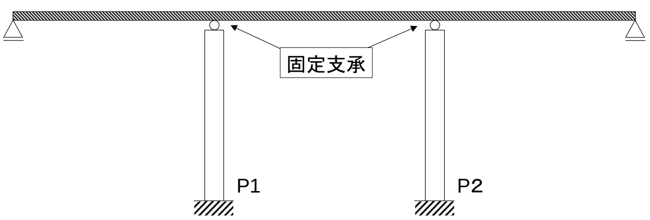
ここで h は形状パラメータで，実験結果より距離の一次関数 $h = e\delta + f$ と仮定している．詳細は文献 1)，2) を参照されたい．

3.　応力積分法

一軸応力状態に後退型応力積分法 (elastic predictor method) を適用する場合，既知の時刻 t から時間増分 Δt による時刻 $t' = (t + \Delta t)$ における応力は，**式 (2)，(3)** の連立方程式を Newton-Raphson 法で反復計算することにより求められる．

$$\begin{aligned} {}^{t'}\sigma &= {}^{t}\sigma + E(\Delta\epsilon - \Delta\epsilon^p) \\ &= {}^{t}\sigma^{(T)} - E\Delta\epsilon^p \end{aligned} \tag{2}$$

$${}^{t'}\sigma = {}^{t}\sigma_y + {}^{t'}E^p\Delta\epsilon^p \tag{3}$$



図– 2　解析モデル

ここで ${}^{t}\sigma^{(T)}$ および ${}^{t}\sigma_y$ はそれぞれ時刻 t' の試行応力および時刻 t の降伏応力，**式 (2)，(3)** の添字 t および t' は時刻を示す．

後退型応力積分法では，反復計算において接線硬化係数 E^p を正確に与える必要があり，通常は塑性ひずみ ϵ^p の関数として仮定される．従って，塑性ひずみ増分 $\Delta\epsilon^p$ が得られた時点で容易に計算される．しかし，修正二曲面モデルは**式 (1)** に示したように距離 δ つまり応力の関数となっているため，$\Delta\epsilon^p$ から直接 E^p を計算することはできない．そこで，本研究では，$\Delta\epsilon^p$ からまず δ を計算する手法を考案し，得られた δ により E^p を計算することとした．

$\Delta\epsilon^p$ から δ の計算手法は，以下の関数 G を Newton-Raphson 法により反復計算することで計算される．

$$G({}^{t'}\delta) = \left(\frac{1}{e} + \frac{\delta_{in}}{f}\right)\ln[e({}^{t'}\delta) + f] - \frac{\delta_{in}}{f}\ln({}^{t'}\delta) - \alpha - \mid \Delta\epsilon^p \mid = 0 \tag{4}$$

---

* **Key Words** : modified two surface model, elastic predictor method, elasto-plastic earthquake response analysis
† 〒 464-8603　名古屋市千種区不老町　TEL 052-789-4617

ここで，α は，

$$\alpha = (\frac{1}{e} + \frac{\delta_{in}}{f}) \ln[e({}^{t}\delta) + f] - \frac{\delta_{in}}{f} \ln({}^{t}\delta) \tag{5}$$

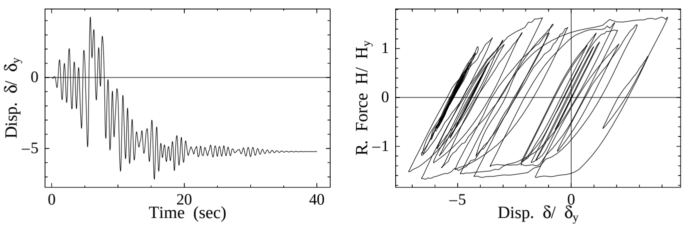
とする．

4.　解析モデル

解析モデルは**図ー 2** に示すような 2 本の鋼製橋脚からなる，等支間長 3 径間連続橋である．2 本の橋脚は断面，高さともに等しく，支承は固定支承とする．解析モデルの主なパラメータは幅厚比パラメータ $R_f = 0.35$，細長比パラメータ $\bar{\lambda} = 0.303$，固有周期 $T = 0.70$(sec)，降伏荷重 $H_y = 1.59 \times 10^6$(N) および降伏変位 $\delta_y = 0.0285$(m) である．鋼材は SS400 とし，入力地震動は，神戸海洋気象台観測地震動 NS 成分の修正地震動を用い, 橋軸方向に地震動を受けるものとする．なお，解の安定性を検証するため，本研究における動的解析は固定自動時間増分および自動時間増分解析を行う．その際，固定時間増分解析の時間増分は 0.001sec，自動時間増分解析の許容最大時間増分は 0.05sec とする．

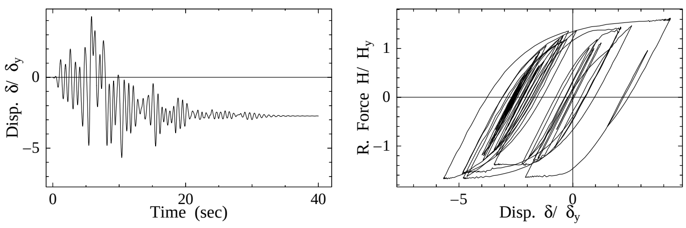
5.　解析結果

図ー 3 から**図ー 6** に固定時間増分および自動時間増分解析それそれの時刻歴応答および水平変位ー水平変位曲線を示す．なお，水平変位 δ および水平荷重 H はそれぞれ降伏変位 δ_y および降伏荷重 H_y で無次元化している．これらの図を見てみると，後退型積分法を適用した場合は，固定時間増分および自動時間増分解析ともに同様な応答が得られる．一方，前進型応力積分法を適用した場合，固定時間増分および自動時間増分解析の応答が大きく異なる．また，自動時間増分解析は後退型応力積分法を適用した場合の応答と同様な応答を示した．このように前進型応力積分法を適用した場合，固定増分解析において小さい増分に設定したにも関わらず収束性が悪く，発散することがある．



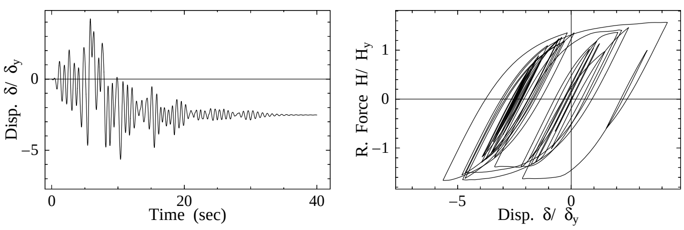
(a) 時刻歴応答　(b) 水平荷重ー水平変位曲線

図– 3　前進型応力積分法を適用した固定時間増分解析



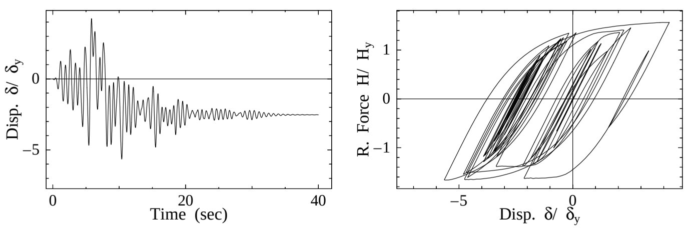
(a) 時刻歴応答　(b) 水平荷重ー水平変位曲線

図– 4　前進型応力積分法を適用した自動時間増分解析



(a) 時刻歴応答　(b) 水平荷重ー水平変位曲線

図– 5　後退型応力積分法を適用した固定時間増分解析



(a) 時刻歴応答　(b) 水平荷重ー水平変位曲線

図– 6　後退型応力積分法を適用した自動時間増分解析

前進型および後退型応力積分法を適用した自動時間増分解析を比較したところ，前進型応力積分を用いる解析は，収束性がよいまま解析を行うために必要な小さな増分のまま解析を行うのに対し，後退型応力積分法を適用した場合，ある程度大きな増分に対しても収束性が保証されるため，前進型に比べ，時間増分を大きくとることが可能なため，前進型応力積分法を適用した場合の約 50%の時間で行えた．今後，アーチ橋など複雑な構造物の解析を行う場合，解析時間の短縮に寄与すると思われる．

6.　結言

本論文で扱った範囲において，後退型応力積分アルゴリズムを適用した修正二曲面モデルを用いて動的解析を行う場合，固定時間増分および自動時間増分解析ともに安定した解が得られた．また，同様な結果が得られた自動時間増分解析に着目すると後退型積分法を適用した場合，前進型応力積分法に比べ収束性が向上しており，計算時間の短縮に寄与すると考えられる．今後の検討課題として，より複雑な構造物による解析について検証する必要がある．

参考文献

1) C. Shen, Y. Tanaka, E. Mizuno and T. Usami：A Two-Surface Model for Steels with Yield Plateau, *Structural Eng./Earthquake Eng. Proc. of JSCE*, No.441/I-18, pp.11-20, 1992.
2) C. Shen, E. Mizuno and T. Usami：A Generalized Two-Surface Model for Structural Steel under Cyclic Loading, *J. Struct. Mech. Earthquake Eng., JSCE*, No.471/I-24, pp.23-33, 1993.