

二つの構造物の相互連結による減衰性能向上の一手法について

山口大学 フェロー 會田忠義 山口大学 正員 麻生稔彦
日本鉄塔工業(株) 正員 竹下浩司

1. まえがき 一般に柔軟な構造物では、外力を受けた後、長時間にわたり自由振動が持続するケースがあるが、使用上等の問題から速やかに減衰することが望まれる。本研究は、隣接する構造物を連結部材（ばね・ダンパーから構成される部材）で相互に連結することにより、両構造物の減衰性能を向上させるための最適な連結方法を明らかにするものである。はじめに、相互連結時の二つの構造物の運動方程式から、各構造物単独時の1次の固有ベクトルをもとに相互連結時のモード方程式を示す。

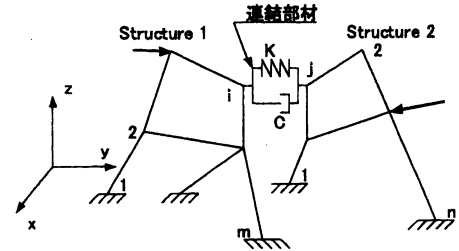


Fig. 1 相互連結された骨組構造物

モード方程式が近似的に2質量3ばねからなる2自由度系の運動方程式に相当し、モード座標系で2自由度系にモデル化されることを示す。ついで、この2自由度系における減衰性能は、二つの固有円振動数が一致し、かつ二つのモード減衰比が一致するときに極大となることを示し、このモード座標系における連結要素の調整条件を物理座標系、すなわち、実構造物の減衰効果を極大にする連結部材の調整条件を明らかにする。

2. 相互連結された構造物の運動方程式とモード方程式 ここで、以下に示す構造物1と構造物2とは、1次の固有円振動数が大きい方の構造物を構造物1とし、小さい方を構造物2とする。

(運動方程式) Fig.1 に示した構造物1はM自由度、構造物2はN自由度とし、構造物1のi節点と構造物2のj節点で連結されているとする。連結部材の方向余弦を(l,m,n)とすると、初期荷重の影響も考慮した線形化した有限変形理論を適用した運動方程式は次式で表される。

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{d}}_1 + (\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_{G1})\mathbf{d}_1 + K(\mathbf{H}_1 \mathbf{d}_1 - \mathbf{H}_2 \mathbf{d}_2) + C(\mathbf{H}_1 \dot{\mathbf{d}}_1 - \mathbf{H}_2 \dot{\mathbf{d}}_2) = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{d}}_2 + (\mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_{G2})\mathbf{d}_2 + K(\mathbf{H}_3 \mathbf{d}_2 - \mathbf{H}_4 \mathbf{d}_1) + C(\mathbf{H}_3 \dot{\mathbf{d}}_2 - \mathbf{H}_4 \dot{\mathbf{d}}_1) = \mathbf{0} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$: 構造物1および2の質量マトリックス、 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$: 構造物1および2の剛性マトリックス、 $\mathbf{K}_{G1}, \mathbf{K}_{G2}$: 構造物1および2の初期応力マトリックス、 $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$: 構造物1および2の変位ベクトル、 $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \mathbf{H}_4$: 二つの構造物間で連結される節点の位置を示すマトリックスで、 $\mathbf{H}_1$ はM×M、 $\mathbf{H}_2$ はM×N、 $\mathbf{H}_3$ はN×N、 $\mathbf{H}_4$ はN×M要素で構成される。K, C: 連結部材のばね係数と減衰係数である。

(モード方程式) モード方程式を導くにあたって、連結部材の剛性は小さく、二つの構造物を連結した場合においても、連結された構造物の固有モードはそれぞれの構造物単独時の固有モードと類似していると想定した。また、連結部材が装着される位置での自由振動変位中、1次モードの占める割合が十分に大きいものとする。

今、構造物1について、1次モードの固有円振動数を ω_{11} 、固有ベクトルを ϕ_{11} で表し、構造物2について、1次モードの固有円振動数を ω_{21} 、固有ベクトルを ϕ_{21} で表す。このとき、構造物1および2が相互に連結された状態の振動変位を、各構造物が単独の場合の固有ベクトルを用いて次のように表す。式中、 ρ_{11}, ρ_{21} は時間の未知関数である。 $\mathbf{d}_1 = \phi_{11} \rho_{11}(t)$, $\mathbf{d}_2 = \phi_{21} \rho_{21}(t)$ (3) それぞれの構造物について、固有ベクトルの直交条件および固有

$$M_{11} \ddot{\rho}_{11} + \omega_{11}^2 M_{11} \rho_{11} + \alpha C (\dot{\rho}_{11} - \beta \dot{\rho}_{21}) + \alpha K (\rho_{11} - \beta \rho_{21}) = 0$$

$$\frac{M_{21}}{\beta^2} (\beta \ddot{\rho}_{21}) + \frac{\omega_{21}^2 M_{21}}{\beta} (\beta \rho_{21}) + \alpha C (\beta \dot{\rho}_{21} - \dot{\rho}_{11}) + \alpha K (\beta \rho_{21} - \rho_{11}) = 0 \quad (4)$$

$$\alpha = D_{11}^2, \quad D_{11} = lU_{11} + mV_{11} + nW_{11},$$

$$\beta = D_{21} / D_{11}, \quad D_{21} = lU_{21} + mV_{21} + nW_{21}, \quad (5)$$

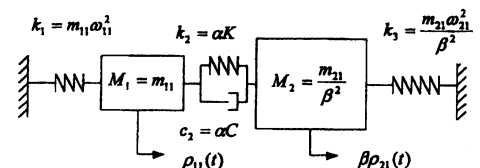


Fig. 2 モード座標系における2自由度系

キーワード：構造振動、振動減衰、振動制御、相互連結

連絡先：〒755-8611 宇部市常盤台 2-16-1 山口大学工学部 Tel:0836-35-9436、Fax:0836-35-9429

円振動数と固有ベクトルとの関係を用いて、運動方程式を整理すると、それぞれ上記のモード方程式が得られる。式(4)中、 M_{11} および M_{21} はそれぞれの構造物 1 および 2 の 1 次的一般化質量であり、 (U_{11}, V_{11}, W_{11}) および (U_{21}, V_{21}, W_{21}) はそれぞれ構造物 1 の 1 次モードの i 節点の、構造物 2 の 1 次モードの j 節点の x 、 y および z 方向変位である。式(4)および(5)は Fig.2 に示す 2 自由度系のモデルの運動方程式に対応する。

3. 連結要素および連結部材の調整条件 (2 質量 3 ばねを有する 2 自由度系における連結要素) 式(4)で表わされ 2 自由度系の固有円振動数 ω およびモード減衰比 ξ は、図中の連結ばねのばね係数 $k_2 (= \alpha K)$ および連結ダンパーの減衰係数 $c_2 (= \alpha C)$ を種々変化させると、Fig.3 および 4 に示す挙動と類似の挙動を呈した。この結果より 2 自由度系のモード減衰比 ξ_1 および ξ_2 が等しく最大(Fig.4 の B 点)となる k_{2opt} および c_{2opt} が存在し、このとき $\xi_1 = \xi_2$ と同時に $\omega_1 = \omega_2$ となる場合であることが明かになった。この状態は Fig.2 に示す 2 自由度系の自由振動の特性指数 $\lambda_j = \alpha_j \pm i\beta_j (j=1,2)$ が共に等しいとき(2 自由度系の特性根が重根)に相当し、このときの k_{2opt} および c_{2opt} 、ならびに ξ_{max} は次式で得られた。式中の記号は Fig.2 の記号を用いた。

$$k_{2opt} = \frac{(1-f_3^2)(1-\mu^2 f_3^2)}{(1+\mu)^2(1+\mu f_3^2)} \mu k_1, \quad c_{2opt} = \frac{2\mu(1-f_3^2)\sqrt{M_2 k_1}}{(1+\mu)\sqrt{(1+\mu)(1+\mu f_3^2)}},$$

$$\xi_{max} = \frac{(1-f_3^2)\sqrt{\mu}}{2(1+\mu f_3^2)}, \quad (6) \quad \mu = \frac{M_2}{M_1}, \quad f_3^2 = \frac{k_3 M_1}{k_1 M_2} \quad (7)$$

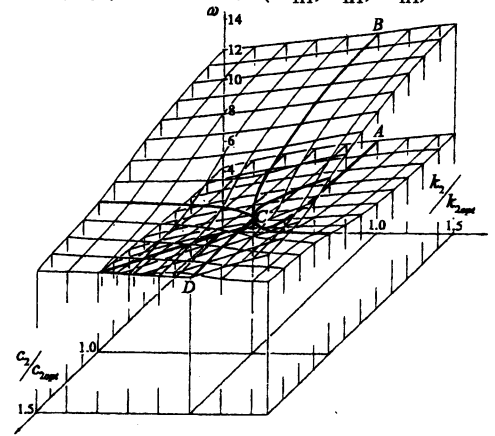


Fig. 3 連結要素のばね係数および減衰係数の変動に伴う固有円振動数の挙動

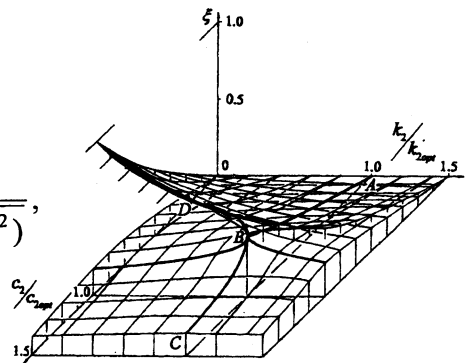


Fig. 4 連結要素のばね係数および減衰係数の変動に伴うモード減衰比の挙動

(構造物の連結部材) 2 自由度系における連結要素のばね係数および減衰係数と連結部材のばね係数と減衰係数との間には Fig. 2 に示すように $k_2 = \alpha K$ および $c_2 = \alpha C$ の関係があることより、連結部材の最適ばね係数 K_{opt} および最適減衰係数 C_{opt} は次式で表わされる。

$$K_{opt} = \frac{(1-\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)[1-\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}^2(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]}{\alpha\{1+M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}^2[1+\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]} \times \frac{\omega_{11}^2 M_{21}}{\beta^2} \quad (8)$$

$$C_{opt} = \frac{2(1-\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)(M_{21}/\beta^2 M_{11})}{\alpha(1+M_{21}/\beta^2 M_{11})} \times \sqrt{\frac{M_{11} M_{21} \omega_{11}^2 / \beta^2}{(1+M_{21}/\beta^2 M_{11})[1+\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]}} \quad (9)$$

最大減衰比 ξ_{max} は式(10)で与えられ、一方、 $K_{opt} > 0$ であることから式(11)の要件を満たす必要がある。

$$\xi = \frac{(1-\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)}{2[1+\{M_{21}/(\beta^2 M_{11})\}(\omega_{21}^2/\omega_{11}^2)]} \sqrt{\frac{M_{21}}{\beta^2 M_{11}}}, \quad (10) \quad \frac{M_{21}}{M_{11}} \leq \frac{\beta^2}{\omega_{21}/\omega_{11}}, \quad (11)$$

4. 結び 二つの構造物をばねとダンパーから構成される連結部材で相互に連結した場合について、二つの構造物の 1 次モードの減衰性能を向上させる方法を次の手順により提案した。はじめに、1) 2 質量 3 ばねを有する 2 自由度系の減衰自由振動において、連結ばねのばね係数と連結ダンパーの減衰係数がある値をとるとき、二つのモード減衰比は等しく、かつ最大となり、しかもこのとき、二つの固有円振動数は等しくなることを明らかにした。すなわち、1 自由度振動系に TMD を装着した振動系と類似の特性が、2 質量 3 ばねを有する 2 自由度系にも存在することを確認した。¹⁾ この特性を用いて、2) 2 質量 3 ばね系の連結要素の調整法および相互連結された構造物の連結部材の近似調整法を提示した。ただし、構造物によっては、本近似調整法を適用できないケースも存在し、その判定法も明らかにした。

参考文献 1) 山口：動吸振器による過渡振動の減衰、日本機械学会論文集 (C 編)、Vol.54, No.499, pp.561-568 (1988)。