

成層媒質中の散乱体に平面波を照射した場合の 散乱波のスペクトル特性の検討

東京理科大学 理工学部 正会員 東平光生¹

1. はじめに

成層媒質中の散乱体に平面波を照射し、それによって生じる散乱波を成層媒質で定義される固有関数に分解することは、震源や地下探査などの実用面でも重要な課題であると考えられる。しかし一方で、成層波動場の Green 関数の複雑な表現形式により、成層媒質中での散乱問題を扱った研究は、これまでのところあまり多くない。こうした背景のなか、本研究では、成層波動場の Green 関数のスペクトル表現を境界積分方程式に適用し、散乱体からの散乱波を成層構造で定義された離散と連続スペクトルの固有関数に分解する方法を示す。そして、実際に数値計算を行い散乱体から放射される散乱波の特性について考察を行う。

2. 解析手法

解析モデルの概念図を Fig. 1 に示す。ここでは、成層媒質中に埋め込まれた散乱体に平面波が入射し、散乱波が発生する問題を考える。簡単のため波動場は弾性流体とし、未知量を変位ポテンシャルとする。散乱体の外部領域での境界積分方程式は以下に示すとおりである。

$$s(\mathbf{r})u(\mathbf{r}) + \int_{\Gamma} T(\mathbf{r}; \mathbf{r}')u(\mathbf{r}')d\Gamma(\mathbf{r}') = \int_{\Gamma} G(\mathbf{r}; \mathbf{r}')q_n(\mathbf{r}')d\Gamma(\mathbf{r}') + u_I(\mathbf{r}) \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{r}$ および $\mathbf{r}'$ は空間の点で観測点とソース点を示す。また、 s は free term の係数、 u は波動場のスカラーポテンシャル、 Γ は散乱体の境界、 q_n はポテンシャルの境界上での法線方向微分、 u_I は入射波を示す。また、 $G(\mathbf{r}; \mathbf{r}')$ は Green 関数、 $T(\mathbf{r}; \mathbf{r}')$ は Green 関数を微分して得られる、2 重層ポテンシャルの核である。この場合の Green 関数は次式で示される¹⁾。

$$G(\mathbf{r}; \mathbf{r}') = -\frac{i}{4} \sum_{k_n \in \sigma_p} H_0^{(2)}(k_n r) \varphi_n(z) \varphi_n(z') \rho(z') - \frac{i}{4} \int_{\sigma_c} \frac{k}{|k|} H_0^{(2)}(kr) \psi_k(z) \psi_k(z') \rho(z') dk \quad (2)$$

ここに、 r は観測点とソース点との水平方向の距離、 z は鉛直座標で記号 $(\cdot)$ はソース点を表すために用いている。また、 $H_0^{(2)}$ は第 2 種の Hankel 関数、 ρ は質量密度、 φ_n は離散スペクトルの固有関数、 ψ_k は連続スペクトルの固有関数、 σ_p は離散スペクトルで成層波動場の正規モードの波数の集合、 σ_c は連続スペクトルで、複素平面の分岐線上の波数の集合となる。これらのスペクトルについては、Fig. 2 に図示している。また、二重層ポテンシャルの核は以下の式で計算され、紙面の都合上、詳細に記述することはできないが、結局は、離散と連続スペクトルの固有関数で表現できることになる。

$$T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{n}' \cdot \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{n}$ は法線ベクトル、 ∇ は勾配演算子で、添え字の $(\cdot)$ により、ソース点の座標系で演算を行うことを示す。なお、散乱体内部についても境界積分方程式で波動場を表現し、外部領域とカップリングして全体系の波動場を求めることにする。この一連の手続きについては記述を省略する。

ここで、境界積分とスペクトル積分の順序の交換を行う。順序の交換を Fubini の定理で保証することを考えると、 $r \neq 0$ が要求される。このとき、散乱波は次のように連続スペクトルと離散スペクトルの固有関数に分解される。

$$u_s(\mathbf{r}) = \sum_{k_m \in \sigma_p} \varphi_m(z) A_m(r, \theta) + \int_{\sigma_c} \frac{k}{|k|} \psi_k(z) B_k(r, \theta) dk \quad (4)$$

ここに u_s は散乱波、 A_m はおよび B_k は離散スペクトルと連続スペクトルの固有関数の振幅で、境界積分で決定されるものである。式 (4) は成層構造中の散乱体による散乱波が成層構造の波動場での固有関数に分解されることを示し、散乱波の性質を成層構造の性質に着目して理解できることになる。

3. 数値計算例

ここでは、散乱体の形状を回転楕円体とし、境界要素分割を Fig. 3 に示す。媒質の質量密度および音波速度は Fig. 1 に示すとおりである。また、散乱体内の音波速度は 1.0km/s とし、質量密度は周囲に合わせることにする。Fig. 4 は表層媒質内のポテンシャルの応答を、散乱体が無い場合の解析結果と比較したものである。散乱体が無い場合の結果は伝達マトリックス法を用いた。この図の横軸は Fig. 1 に示す x 座標の値を、縦軸はポテンシャルの振幅を入射波振幅で除して無次元化したものを示している。また、応答を計算した空間点の y 座標はゼロ、 z 座標は 0.5 km とした。Fig. 4 によれば、散乱体のある場合の応答は、散乱体の直上付近で大きくなっていることが見て取れる。この free-field response との差異は、散乱体の遠方では見られないことから、表面波によるものでなく、実体波成分によるものと考えられる。言い換えれば、離散スペクトルによる寄与でなく連続スペクトルによる寄与と考えられる。このことを検証するために散乱波をスペクトルに分解して調べてみたものが、Fig. 5 である。この図では、離散スペクトルと連続スペクトルの振幅の両者を波数のスペクトルに対応させ描いている。この図より明らかに連続スペクトルの振幅が大きくなっており、Fig.

¹ 〒 278-8510 野田市山崎 2641, phone 0471-24-1501, fax 0471-23-9766

キーワード: 成層構造, 散乱問題, Green 関数, スペクトル分解

4の散乱波動場と free-field の応答の差異が連続スペクトルによるものであることが検証できる。

4. おわりに

本論文では、スカラー成層波動場の Green 関数のスペクトル表現を用いて媒質中の散乱体による散乱波のスペクトル特性を検討した。散乱波動場を表す境界積分方程式において、Green 関数のスペクトル表現に現れるスペクトル積分と境界積分の順序を交換することで散乱波はスペクトルに分解される。また、そのスペクトル特性から散乱波の特性を理解することが可能となった。今回の結果によれば、散乱波の主成分は連続スペクトルによるものであるが、これは散乱体が自由表面から比較的深い位置にあることによるものと考えられる。

参考文献

- 1) 東平光生:離散固有値および連続固有値を用いた Green 関数のスペクトル分解表示について, 土木学会論文集, No. 577/I-41, 245-256, 1997

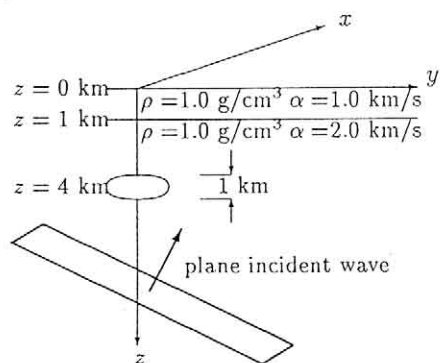


Fig. 1 Analyzed model.

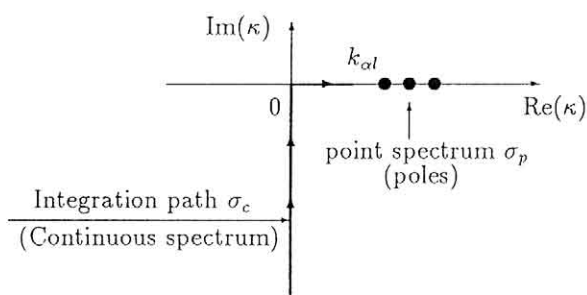


Fig. 2 Spectra for Green's function in the complex wavenumber plane.

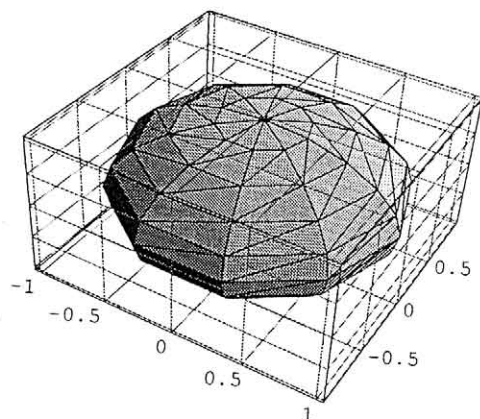


Fig. 3 Boundary elements for the spheroidal obstacle.

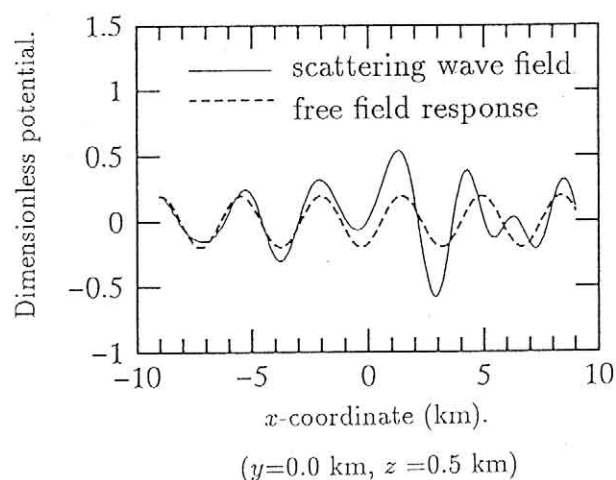


Fig. 4 Comparison of displacement potential.

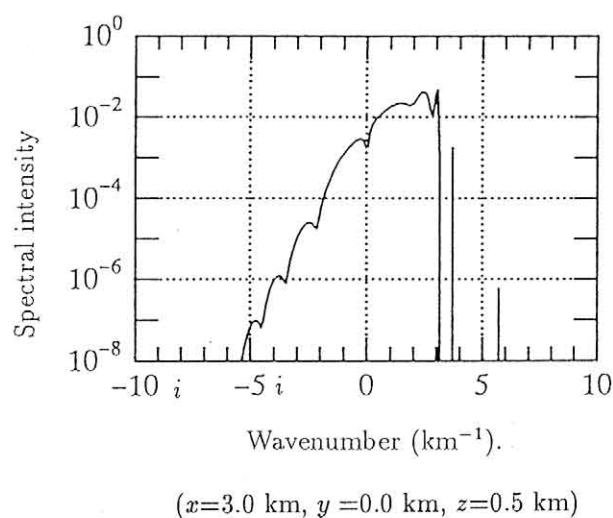


Fig. 5 Spectral structures of the scattering wave