

# 予測される外乱情報を利用した構造物の震動制御

筑波大学 正員 立石 彰  
筑波大学 正員 西岡 隆

## 1. はじめに

近年、構造物の制震分野で発展した制御則の一つに予測制御がある。この制御則は、一般にアルゴリズム中で時系列の予測モデルを利用することにより、システムの時間遅れによって生じる制御効率の低下を抑えることを目的としたものである。しかしながら、この方法は制御遅れ時間分の予測データをもとに制御量の算出が行われるため、それよりも長期の予測データが得られている場合においても、その情報を制御則中で有効に利用することができない。一方、機械系制御分野では、システムへの外乱が既知である場合に対し、その情報を利用した予見制御の研究がなされている。予見制御を制震問題へ応用する場合、システムへの外乱が未知であることが大きな問題点となるが、ここではカルマンフィルタを利用した外乱のリアルタイム予測法を利用することによってこの解決を図る。以上のことを背景に、本研究では、予測される外乱情報を利用した震動制御則の提案、およびその検証を行うことを目的とする。

## 2. 外乱予測制御

アクティブ型制震装置を持つ構造物の離散時間系状態方程式を次式のように与える。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}\mathbf{f}(k) \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{u}(k)$ 、 $\mathbf{f}(k)$  はそれぞれ時刻  $k$  における制御力、外乱ベクトルを、 $\mathbf{x}(k)$  は変位および速度ベクトルから構成される質点の状態ベクトルを表す。いま、ここでの制御系において、現在から  $N$  ステップ先までの外乱が予測できたとする。  $k = 1$  で外乱が入力されるとすると、この場合、 $k = -N + 1$  の時点で外乱を知ることができ、その情報をもとに制御を開始することが可能である。すなわち、 $N$  ステップ先までの未来情報を考慮した評価関数は次式のようになる。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=-N+1}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k)\mathbf{R}\mathbf{u}(k)] \quad (2)$$

ただし、 $\mathbf{Q}$  と  $\mathbf{R}$  は、それぞれ状態量および制御力に対する重み行列を表す。系の状態方程式に対し、評価関数を最小にするような  $\mathbf{u}(k)$  を求めると、最終的に外乱予測制御則として次式が得られる。

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{G}_b\mathbf{x}(k) + \sum_{j=0}^N \mathbf{G}_f(j)\mathbf{f}(k+j) \quad (3)$$

$\mathbf{G}_b$  と  $\mathbf{G}_f(j)$  は、フィードバックゲインおよびステップ数  $j$  によって変化するフィードフォワードゲインを表し、それぞれ次式で与えられる。

$$\mathbf{G}_b = -[\mathbf{R} + \mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{B}]^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{A} \quad (4)$$

$$\mathbf{G}_f(j) = -[\mathbf{R} + \mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{B}]^{-1}\mathbf{B}^T(\boldsymbol{\xi}^T)^{j-1}\mathbf{P}\mathbf{D} \quad (j \geq 0) \quad (5)$$

ただし、 $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}_b$ 、また、 $\mathbf{P}$  はリカッチ方程式  $\mathbf{P} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{B}[\mathbf{R} + \mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{B}]^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{A}$  の解として与えられる。予測制御則を与える式 (3) からわかるように、本手法は閉ループ型の制御則であり、従来の定常フィードバック制御則にフィードフォワード項を付加することによって与えられる。従来の閉ループ型の制御則との違いは、制御則中に未来の時刻の外乱予測項  $\mathbf{f}(k+j)$  ( $j \geq 1$  の場合) が含まれている点である。式 (3) は、もしも何ステップか先までの未来の外乱情報を予測することができれば、本手法によって、その情報を有効に利用できることを示している。

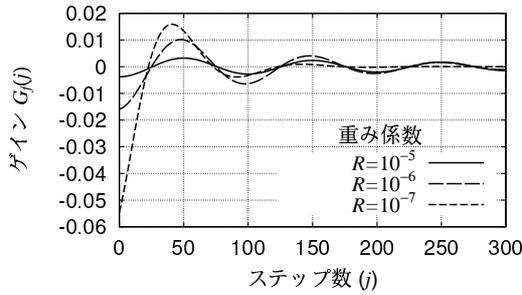


図-1 フィードフォワードゲイン  $G_f(j)$

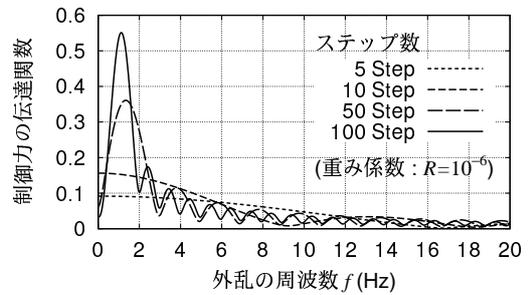


図-2 フィードフォワード制御力に関する伝達関数

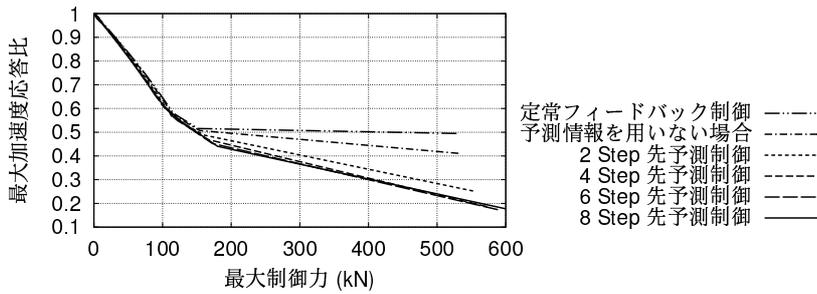


図-3 制御効率 (定常フィードバック制御と本手法の比較)

表-1 モデルの諸元

質量 $M$	$6.0 \times 10^5 \text{ kg}$
非減衰固有周期	1 秒
減衰定数	2 %
重み行列 $Q$	$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$ ( $K$ : 剛性 )
離散時間の刻み	1 Step : 0.01 秒

### 3. 数値解析と考察

解析モデルは 1 自由度 1 制御力系のせん断構造物とする。モデルの諸元を表-1 に示す。図-1 は、式 (5) で与えられるフィードフォワードゲイン  $G_f(j)$  を表している。式 (3) の形からわかるように、ゲインの値は外乱の予測情報に対する重みと見なすことができる。ゲインの大きさはステップ数  $j$  および重み係数  $R$  の値によって変化するが、いずれの結果も構造物の固有周期と同じ 1 秒周期 (100 Step) の波を形成し、ステップ数が大きくなるに従いグラフは減衰していくことがわかる。図-2 は、式 (3) の右辺第 2 項を  $z$  変換することによって得られるフィードフォワード制御項の伝達関数の振幅特性  $|H_c(z)|$  (ただし、 $z = e^{2\pi f \Delta}$ ) を示している。伝達関数  $|H_c(z)|$  は、フィードフォワード制御項を  $z$  変換した式から、外乱に対する FIR フィルタと同じ性質を持つことが示される。図-2 の結果より、伝達関数の形はステップ数  $j$  によって変化し、ステップ数が大きくなるほど構造物の固有振動数である 1(Hz) 付近の外乱を遮断するバンドストップフィルタとしての性質が強くなる。この性質は、図-1 に示したフィードフォワードゲイン  $G_f(j)$  のインパルス応答の周期が 1 秒であることに対応している。図-3 は、本手法および定常フィードバック制御に対する制御効率を示したグラフである。解析では入力地震波として El Centro 波 (最大加速度 100 gal) を用い、また本手法に対して必要となる外乱の予測値はカルマンフィルタを利用した時系列の予測法によって求めた。グラフの横軸は外乱作用時間中の制御力の最大値を表し、縦軸は各制御量の解析に対する応答加速度の最大値を、制御力を作用させない場合の結果で規準化した値で表している。同じグラフの中で、定常フィードバック制御に対する結果、および予測ステップ数を変化させた場合の本手法の結果を重ねて示した。図-3 の結果より、最大制御力がおおよそ 150(kN) 以上の場合において、本手法は定常フィードバック制御を大きく上回る制御効果を与えることがわかる。とくに、外乱の予測ステップ数を増すことにより本手法の制御効果はより向上する。ただし、予測ステップ数がおおよそ 6 ステップ以上になると、外乱の予測精度の低下の影響が表れるため、制御効果が停滞する結果となる。

### 4. 結論

本研究では、外乱の予測情報を利用した震動制御則の提案を行い、数値解析によって、その性質および有効性についての検討を行った。本制御則は閉ループ型で与えられ、フィードフォワード項は入力外乱に対して構造物の固有周波数を含む帯域のフィルタとしての働きを持つことがわかった。また、定常フィードバック制御との制御効率の比較の結果から、本手法は震動制御を行う上でより有効な方法となることが明らかとなった。