

1. まえがき 図-1 に示すような長方形 T L D が調和波による水平振動を受けて、その内容液が非線形振動をするときの振動特性については、これまでにいくつかの理論的・実験的研究が行われている。例えば、有限要素法は有力な数値解析法ではあるが、いまの場合、その数値計算には非常に多くの記憶容量と長時間に及ぶ計算時間を必要とするという難点がある。Ockendon 等¹⁾ は加振振幅が T L D の側壁長に比べて小さいという条件の下に、内容液の第 1 次の固有振動数近傍における振動特性を考える場合について、流体の運動を支配する基礎方程式に摂動法を適用することによって、長方形貯槽内容液の運動を求めるための時間に関する 1 変数 2 階の非線形微分方程式を導いた。前論²⁾ においては、この微分方程式の解として、2 個の調和振動の和で表されるような最も粗い近似を採用することによって、その解析解を求めた。本論では、上記の微分方程式の解を求めるのに、Chester³⁾ に従って、フーリエ級数を用いる方法を採用した。得られた解を用いて、長方形 T L D が調和波による水平振動を受けて、その内容液が非線形振動をするときの壁面波高、共振振動数、壁面動水圧等を算出し、これを実験結果⁴⁾ と比較して、フーリエ級数解の有効性を示した。

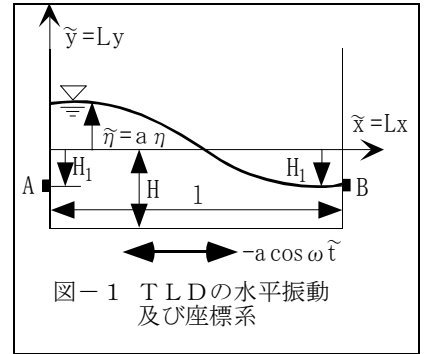


図-1 T L D の水平振動及び座標系

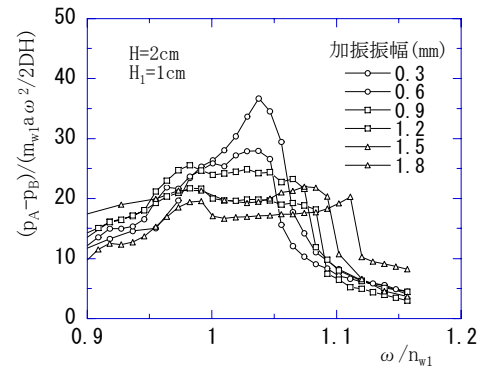


図-2 点 A, B の壁面動水圧分布強度の差の共振曲線（実験値）

2. 非線形微分方程式 Ockendon 等は $\varepsilon^{1/2}$ までの摂動項を採用した場合について、長方形貯槽内容液のポテンシャルを求めるための無次元化した微分方程式を導いているが、いま、この式に減衰項を加えて示せば、次式の通りである。

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} + 2\bar{h} \frac{d\zeta}{dt} + \zeta - 3\alpha \zeta - \frac{9}{2\kappa^2} \zeta^2 = -\frac{6}{\pi \kappa^2} \cos t + \frac{3}{\kappa^2} c_0 \quad (1)$$

ここに、 $l = \pi L$, $H = \tilde{h} L$, $\varepsilon = a/L$ とすれば $\alpha = \lambda/\kappa^2$, $\lambda = \delta \varepsilon^{-1/2}$, $\kappa = \tilde{h} \varepsilon^{-1/4}$. n_{w1} , h_{w1} を内容液の固有円振動数、減衰定数、 ω を加振円振動数とすれば、 $\bar{h} = h_{w1}/\sqrt{1+\delta}$ であり、 δ は $\delta = \omega^2/n_{w1}^2 - 1$. さらに、 c_0 は定数で、 $c_0 = -(3/4\pi) \int_{-\pi}^{\pi} \zeta^2 dt$.

式(1)の解 $\zeta(t)$ が得られれば、速度ポテンシャル $\tilde{\phi}$ は $\varepsilon^{1/2}$ までを採用して、

$$\tilde{\phi} = L^2 \omega^2 \varepsilon^{1/2} (\phi_0 + \varepsilon^{1/2} \phi_1) = L^2 \omega^2 \varepsilon^{1/2} \left[f'_+ + f'_- - \varepsilon^{1/2} \left\{ (\bar{y} + \kappa)^2 (\zeta'_+ - \zeta'_-) / 2 - \gamma(x, t) \right\} \right] \quad (2)$$

によって与えられる。ここに、 $f'(t) = \zeta(t)$, $f'_+ = f(t+x)$, $f'_- = f(t-x)$. $\gamma(x, t)$ は $f(t)$ の関数である。 $\tilde{\phi}$ が与えられれば、壁面波高、壁面動水圧等を算出することができる。

3. 非線形微分方程式の近似解 いま、式(1)において周期 2π をもち、さらに周期 2π に対する平均値が 0 となるような定常解 $\zeta(t)$ を求めるために、次式に示す形の解を採用する。

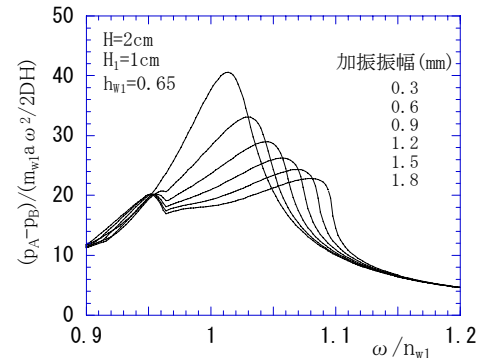


図-3 点 A, B の壁面動水圧分布強度の差の共振曲線（理論値, N=20 の場合）

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^N (a_n \sin nt + b_n \cos nt) \quad (3)$$

式(3)を式(1)に代入して、両辺にそれぞれ $\sin kt$ 及び $\cos kt$ を掛けて $-\pi \leq t \leq \pi$ に渡って積分することにより、未定定数 a_k, b_k を求める非線形連立方程式が、次式のように得られる。

$$(1-3\alpha-k^2)a_k - 2\bar{h}kb_k - (9/2\kappa^2) \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} a_{j+k}b_j - \sum_{j=k+1}^N a_{j-k}b_j + \sum_{j=1}^{k-1} a_{k-j}b_j \right\} = 0 \quad (4)$$

$$2\bar{h}ka_k + (1-3\alpha-k^2)b_k - (9/4\kappa^2) \left\{ \sum_{j=1}^{N-k} (a_{j+k}a_j + b_{j+k}b_j) + \sum_{j=k+1}^N (a_{j-k}a_j + b_{j-k}b_j) - \sum_{j=1}^{k-1} (a_{k-j}a_j - b_{k-j}b_j) \right\} = \begin{cases} -6/\pi\kappa^2, & (k=1) \\ 0, & (k \neq 1) \end{cases}, \quad (k=1,2,\dots,N) \quad (5)$$

上記の連立方程式は、それを近似的に a_k, b_k に関する線型方程式に変換した後、それが収束するまで繰り返し計算を行うという方法によってその解を求めた。

4. 数値計算結果及び実験値との比較 TLDに関する諸元及び諸定数値は次の通りである。実験に用いたTLDは内法 $l=20$ cm、奥行 $D=8$ cm、高さ 20 cmの直方体である。内容液としては水を用い、水深は 2 cmとした。TLDに対する調和波入力の振幅 a を $0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8$ mmの6段階に変えた場合について振動

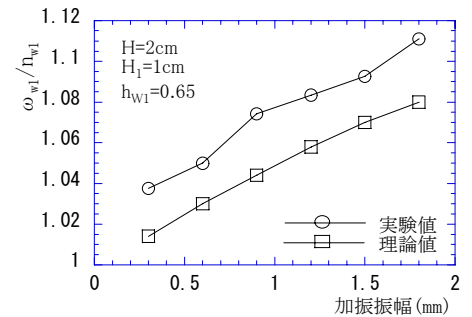


図-4 壁面動水圧の共振振動数と加振振幅の関係(水深2cmの場合)

実験を行い、図-1に示すA、B点(静水面下 $H_1=1$ cm)における壁面動水圧及び壁面波高を計測した。動水圧についてはその差に対する共振曲線を求めた。数値計算においては、減衰に関する定数 h_{w1} として 0.65 を採用した。また、採用したフーリエ級数の項数は $N=20$ である。なお、内容液の第1次の固有円振動数 ω_{w1} は 6.8432 rad/sである。

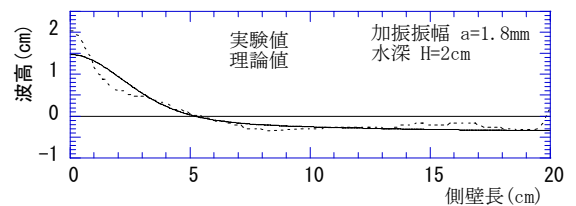


図-5 側面波高最大時の自由表面波形

図-2、3は図-1の点A、Bにおける動水圧の差の最大値に対する振動特性を示したもので、図-2が実験結果、図-3が数値計算結果である。両図から、壁面動水圧の共振曲線は加振振幅が大きくなるに従ってそのピークが振動数の大きい方にシフトしていくと共にピーク値が相対的に低下していき、全体として曲線がより平坦化するようになる。また、 $\omega/\omega_{w1} = 0.95$ 付近に局所的な小さなピークが存在する。これらに関して両者の傾向は良く一致しているといえる。図-4は図-2及び3において、動水圧の最大応答値が生ずるときの振動数 ω_{w1} と加振振幅の関係を示したものである。図から、実験値の方が理論値に比べてほぼ一定量だけ僅かに大きくなっているがわかる。このことは、図-2に示す共振曲線が図-3と比べて全体として振動数の大きい方にシフトしていることと符合している。図-5は水深 2 cm、加振振幅 1.8 mmのばあについてそれぞれ実験と計算によって得られた自由表面波形を示したものである。図では縦軸の方が横軸のそれより縮尺が大きく描かれているため、波高の差が強調されている。このことを考慮すれば、両者の間には、壁面の最大波高付近で多少の差が認められるものの、全体としては良く一致しているといえよう。壁面付近の波高の差については、実験では貯槽の大きさが小さいためにその内容液の表面張力が結果に影響を及ぼしているのではないと思われる。

1) H.Ockendon et al : Resonant sloshing in shallow water, J.Fluid Mech.,vol.167,1986.

2) 高西照彦：調和振動を受けるTLDの壁面動水圧の振動特性、土木学会西部支部平成11年度研究発表会概要集(第1分冊), 2000.3.

3) W.Chester: Resonant oscillations of water waves, I- Theory, Proc. Roy. Soc. A. 306, 1968.

4) 高西照彦他：非線形水平振動を行う長方形TLD内容液の等価振動系近似、土木学会論文集、No.598/I-44, 1998.7.