

共分散方程式による大次元構造でモデル化された道路橋交通不規則振動解析

長崎大学大学院 学生会員 ○岡谷まり子
三菱重工業(株) 正会員 原 忠彦

長崎大学工学部 フェロー 岡林 隆敏
北九州市役所 正会員 串山智恵美

1. はじめに

近年、道路橋は長大化する傾向にあり、歩行者に不安感を及ぼす交通振動が発生する可能性がある。このような交通振動の評価を行うために、橋梁の交通振動解析を行う必要がある。本研究は、大次元共分散方程式を用いて、不規則振動論による高速 r.m.s. 応答解析を行い、橋梁の振動応答を求めることを目的とするものである。なお、解析対象構造物として、長崎県に架設された大島大橋を取り扱った。

2. 橋梁 - 車両 - 路面系の状態方程式

(1) 橋梁 - 車両系のモデル化 図 - 1 のような路面凹凸 $r(t)$ を有する橋梁上を車両が走行する場合の、橋梁 - 車両 - 路面凹凸系を考える。支点から距離 x にある着目点の動的変位は、 n 次振動まで考慮すると、 $y(x, t) = f^T(x)q(t)$ で与えられる。橋梁および車両の運動方程式は、次式のように表される。

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k w_k \dot{q}_k(t) + w_k^2 q_k(t) = -m_{kz} f_k(vt) \ddot{z}(t) \quad (k=1, \dots, n) \quad (1)$$

$$\ddot{z}(t) + 2h_0 w_0 \{\dot{z}(t) - \dot{y}(vt, t) - \dot{r}(t)\} + w_0^2 \{z(t) - y(vt, t) - r(t)\} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $q_k(t)$: k 次の基準座標、 $f_k(vt)$: k 次の振動モード、 $z(t)$: 車両の垂直変位、 h_k, w_k, h_0, w_0 : 橋梁、車両の減衰定数、固有円振動数、 $y(vt, t)$: vt 点の橋梁の鉛直変位、 m_{kz} : 橋梁の k 次の有効質量と車両の質量の比、 v : 車両速度である。

(2) 路面凹凸のモデル化 従来の 1 次遅れ系による路面凹凸のモデル化では、不規則振動論により、加速度応答を求めることができない。本研究では、加速度応答を求めるために、新しい路面凹凸モデルを提案する。そこで、白色雑音 $w(t)$ にフィルターを考慮した路面凹凸のパワースペクトル密度を考える。パワースペクトル密度の一般式は、次式のように表される。

$$S_r(w) = S_0 / (w^2 + b_1^2) \prod_{k=2}^p b_k^2 / (w^2 + b_k^2) \quad (3)$$

ここで、 p : フィルター数、 $S_0 = 2pvA$ 、 $b_k = 2pv a_k$ 、 A : 路面の良否を表す定数、 a_k : 実測結果より決定する定数である。図 - 2 に p の変化によるスペクトル密度を示す。上式に対する路面凹凸のモデル化の一般式は、次式のように表される。

$$\begin{cases} \dot{r}(t) = -b_1 r(t) + b_2 n_1(t) \\ \dot{n}_1(t) = -b_2 n_1(t) + b_3 n_2(t) \\ \vdots \\ \dot{n}_{p-1}(t) = -b_p n_{p-1}(t) + w(t) \end{cases} \quad (4)$$

本研究では、 $p=3$ の場合の路面凹凸のモデル化を用いる。

(3) 橋梁 - 車両 - 路面系の状態方程式 (1)、(2)、(4)式を用いて、橋梁 - 車両 - 路

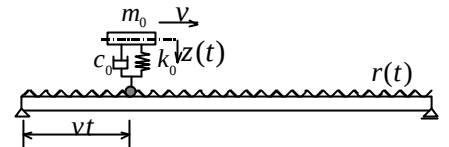


図 - 1 橋梁 - 車両 - 路面系

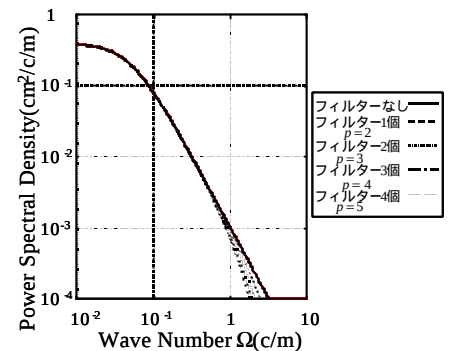


図 - 2 路面凹凸のスペクトル

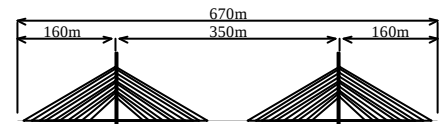


図 - 3 大島大橋一般図

表 - 1 大島大橋の諸元

路線名	主要地方道大島太田和線
架設位置	西彼杵郡大島町寺島 ~ 西海町中浦北
道路規格	第 3 種第 3 級
走行車両速度	50km/h
自動車荷重	25t
橋長	670m
幅員	9.75m(歩道 2.5, 路肩 0.5, 車道 6.0, 路肩 0.75)
形式	3 径間連続鋼斜張橋

表 - 2 大島大橋の振動特性

振動次数	振動モード	振動数(Hz)
1 次	遊動円木	0.231900
2 次	水平 1 次	0.305453
3 次	上下 1 次	0.413475
4 次	上下 2 次	0.693794
5 次	水平 2 次	0.801869

キーワード: 橋梁振動、交通振動、不規則振動解析、振動評価

連絡先: 長崎大学工学部(長崎市文教町 1 - 14, 095 - 847 - 1111, 095 - 848 - 3628)

面系を状態空間表示する。状態変数 $X(t)$ を

$$X(t) = [q(t) \quad \dot{q}(t) \quad z(t) \quad \dot{z}(t) \quad r(t) \quad n_1(t) \quad n_2(t)]^T \quad (5)$$

のように定義すると、橋梁 - 車両 - 路面系の状態方程式は

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)w(t), X(t_0) = X_0 \quad (6)$$

のように表される。ここで、 $A(t)$:係数マトリクス、 $B(t)$:外力マトリクス、 X_0 :初期条件である。また、図 - 3 に大島大橋の一般図、表 - 1 に大島大橋の諸元、表 - 2 に大島大橋の振動特性を示す。

3. 共分散方程式による定常応答解析

橋梁の共分散を $R_X(t) = E[X(t)X^T(t)]$ で定義すると、(6)式に対する橋梁 - 車両 - 路面系の共分散方程式は

$$\dot{R}_X(t) = A(t)R_X(t) + R_X(t)A^T(t) + Q(t), Q(t) = B(t)B^T(t)s^2 \quad (7)$$

で与えられる。ここで、 s^2 は白色雑音過程の強度で、 $s^2 = 2pS_0$ である。車両が、橋梁のある地点 $l = vt$ に位置し、定常な接地力を加えるものと仮定すると、(7)式は定常応答解析の問題として取り扱われる。この場合、(7)式の係数は定数となり、(7)式は次式ようになる。

$$A(l)R_X(t) + R_X(t)A^T(l) + Q(l) = 0 \quad (8)$$

(8)式は、次のようなアルゴリズムを用いて解くことができる。

$$R_{k+1} = R_k + G^{2k} R_k G^{2kT}, R_0 = Q(l)d \quad (9)$$

ここで、 R_0 :初期条件である。 G は 3 次の Pade 近似を用いて

$$G = \left(I - (dA(l))/2 + (d^2 A^2(l))/12 \right)^{-1} \times \left(I + (dA(l))/2 + (d^2 A^2(l))/12 \right) \quad (10)$$

で与えられる。 k :反復回数 ($k = 0, 1, 2, \dots$)、 d :時間刻みである。本論文では、(9)式を用いて、収束計算により、橋梁の共分散応答 $R_X(t)$ を求める。

4. 橋梁の定常応答解析結果と考察

(1) 定常応答解析の収束状況 解析に用いた橋梁の振動数は 100 次振動まで考慮した。図 - 4 に車両速度 $v = 50(\text{km/h})$ で車両が走行する場合の橋梁の観測点 $L/2$ 点における定常応答解析の収束状況を示す。なお、収束値は図に示すとおりである。収束回数 N は 10 ~ 12 回である。収束値は、橋梁の応答の標準偏差で、橋梁の不規則応答波形の平均的な値に対応する。またこの計算の所要時間は 30 秒程度であり、高速に橋梁の応答推定値を求めることができる。

(2) 橋梁全長に対する定常応答解析 橋梁を等間隔に 200 分割し、車両がそれぞれの着目点に位置する際の定常応答解析を行い、これら全ての点において行い、橋梁全長に対する定常応答として評価する。図 - 5 に橋梁全長に対する定常応答解析結果を示す。応答波形はいずれも橋梁の $L/2$ 点でほぼ左右対称な形状を示している。応答波形の最小値は、いずれも主塔部の位置を示している。これは、主塔部の支承によって鉛直方向の変位が拘束されているためである。また、車両速度の変化による定常応答解析結果の比較を行うと、車両速度が大きくなると、応答波形のレベルおよび振幅が大きくなっている。

5. まとめ

5. まとめ

本研究は、橋梁の加速度応答を求めるために、白色雑音にフィルターを考慮した路面凹凸のパワースペクトル密度による路面凹凸のモデル化を提案した。また、本解析法を用いることにより、大次元構造モデルに対する不規則加速度応答解析に対しても、構造物の応答を高速かつ容易に求めることが可能となった。

【参考文献】 E.J.Davison, F.T.Man: Transactions on Automatic Control, IEEE, pp.448-449, 1968.8

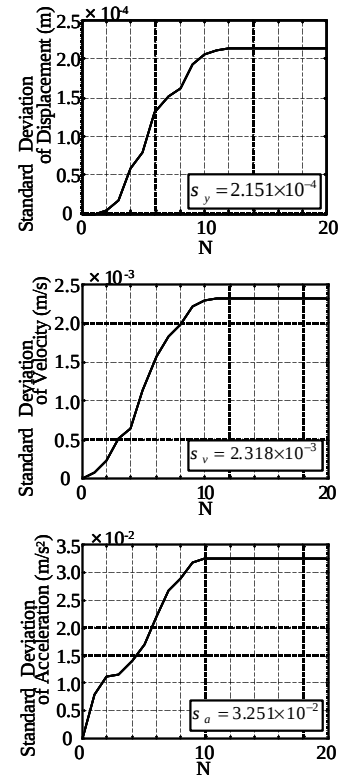


図 - 4 定常応答解析の収束状況

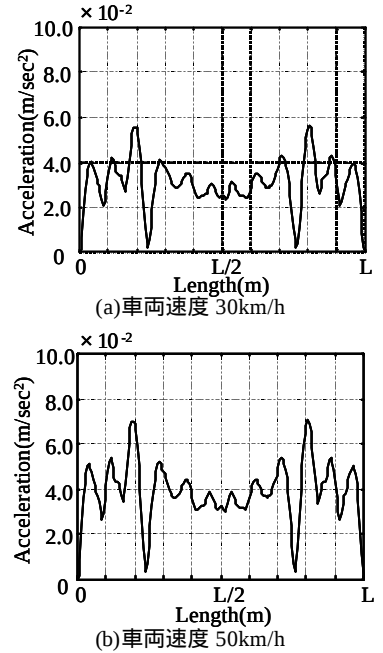


図 - 5 橋梁全長に対する定常応答解析結果