

安定化有限要素法を用いた LES による地形風数値シミュレーション

中央大学 学生員 本郷 拓人
 中央大学 正会員 櫻山 和男
 鹿島建設 近藤 宏二

1. はじめに

地形周辺の風の流れは、剥離、逆流等を含む複雑な流れとなり、風向や風速が大きく変化するため風の流れを把握することは重要になってくる。従来、流況の把握は風洞実験によって行われていたが、近年、計算機の発展、計算理論の充実にともない、風洞実験の適用限界を超えた予測が可能である数値シミュレーションの有効性が認められつつある。

本報告では、平板の流れ解析を行い風洞実験結果と比較し、本解析手法の有効性を検討する。解析手法には、Smagorinsky渦粘性モデルを用いた LES (Large Eddy Simulation) を使用した。

2. LES の基礎方程式

非圧縮粘性乱流に対する LES の基礎方程式には、フィルタリングされた Navier-Stokes 運動方程式と Euler の連続式を用いる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \bar{u}_{i,j} + P_{,i} = \left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS} \right) \bar{u}_{i,jj} \quad (1)$$

$$\bar{u}_{i,j} = 0 \quad (2)$$

$$P = \bar{p} + \frac{2}{3} k_{SGS} \quad (3)$$

ここで、 $_{,i}$ は i 方向の偏微分、 \bar{u}_i は i 方向のフィルタリングされた流速、 \bar{p} はフィルタリングされた圧力、 Re はレイノルズ数、 ν_{SGS} は SGS の渦粘性、 k_{SGS} は SGS の乱流エネルギーを表す。

SGS の渦粘性 ν_{SGS} には Smagorinsky 渦粘性モデルを用いた。

$$\nu_{SGS} = (C_S \Delta)^2 \bar{S}^{1/2} \quad (4)$$

$$\bar{S} = \bar{u}_{i,j} (\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}) \quad (5)$$

ここで、 Δ は粗視化のスケール、 C_S は Smagorinsky 定数である。

式(1)、式(2)を空間方向に SUPG 法に基づく有限要素法を、時間方向に修正準陰解法を用いて離散化すると、次の有限要素方程式が得られる。

$$\frac{M_c u_i^{n+1} - M_c u_i^n}{\Delta t} + K(u_j^n) u_i^n \quad (6)$$

$$= M_c M_L^{-1} C p^{n+1} - \left(\frac{1}{Re} + \nu_{SGS} \right) S u_i^n$$

ここで、 K, C, S は係数行列であり、とくに M_C はコンシステントな質量行列、 M_L は集中化した質量行列である。なお、離散化要素としては、流速双一次、圧力区分 0 次の $Q1/P0$ 要素を用いた。(6)、(7) 式から圧力部を掃き出すと、次の圧力ポアソン方程式が得られる。

$$(C^T M_L^{-1} C) \Delta t p^{n+1} = -C^T M_c^{-1} b_i^n \quad (7)$$

ここで、 b_i^n は運動方程式の既知項をまとめたものであり、 D は圧力安定行列 (PSM 項)¹⁾ である。また、本解析では大規模有限要素メッシュを使用しているため、並列計算を用いることにより計算時間の短縮をはかっている。なお、式の圧力ポアソン方程式の解法には、領域分割法と相性が良いとされ、並列アルゴリズムの開発が容易な SCG 法を採用している。離散化については文献²⁾ に詳しい。

3. 数値解析例

(1) 風洞実験結果との比較・検討

本報告では数値解析例として平板の流れ解析を行い、中立の条件で行われた風洞実験結果との比較・検討を行う。最小メッシュ幅は $0.04L$ (L : 代表長さ) であり、閉塞率は 5% とした。また、スパン方向には $2L$ とっている。境界条件は上面で *slip* 条件、下面で *non-slip* 条件とし、側面には周期境界条件を適用した。流入条件は風洞実験で得られた主流方向平均速度の鉛直方向分布を与え、初期条件は 2 次元解析で得られた結果 u_1, u_3 を x_2 方向に同一に与え、 $u_2 = 0$ としたものを使用した。計算条件は、微小時間増分量 $\Delta t = 0.002$ 、レイノルズ数 $Re = 27, 200$ 、 $C_S = 0.1$ とした。



図-1 計算領域

(2) 解析結果

a) 平板の流れ解析

図-2に風速分布図について実験結果と計算結果の比較を示す。計算領域流出口付近では、地表面に近づくにつれ数値解析の風速が実験に比べ小さくなっている。この原因の1つとして、今回比較的粗い計算格子を使用したため、*non-slip*条件の影響がでているものと思われる。解析結果は地表面付近の風速が減少するのに対し、実験は若干ではあるが風速が回復してきている。風速測定領域後方でラフネスブロック等の影響がなくなっているものと思われる。

図-3に流出口付近の u_1 成分、 u_2 成分の *rms* 値の実験との比較を示す。図より数値解析では乱れが十分に再現されていないことがわかる。これは流入条件で平均速度の鉛直勾配しか与えていないためである。乱流の2次の統計量が再現されていないため、図-2のように平均速度の勾配に変化が起きていると考えられる。

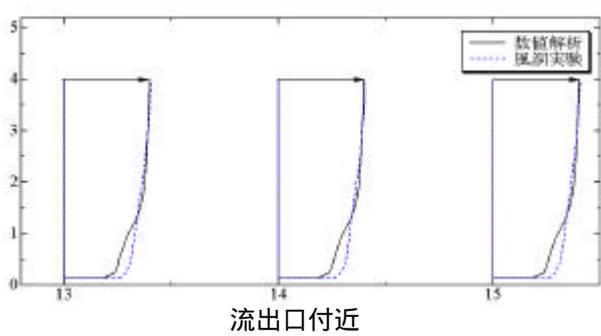


図-2 風速分布図の比較

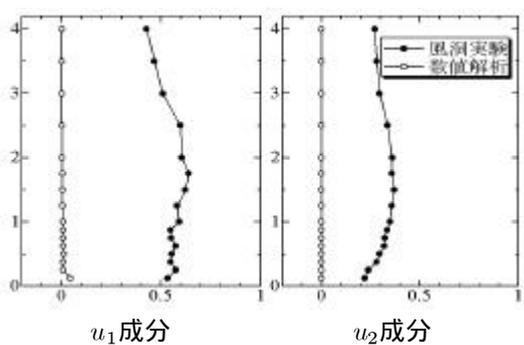


図-3 *rms* 値の比較

(3) *Van Driest*の壁面減衰関数の検討

(4)式において *SGS*渦粘性係数 ν_{SGS} は流速勾配の関数であるため、流速変化の大きい境界層付近で渦粘性が過大評価される恐れがある。そこで、過大となる *SGS*渦粘性係数を補正するために *Van Driest*の壁面減衰関数⁴⁾を導入し、検討を行なった。

$$W = 1 - \exp\left(\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \frac{d}{25\nu}\right) \quad (8)$$

ここで τ_w は壁面に対する剪断応力、 d は壁面からの距離、 ρ は密度、 ν は動粘性係数を表す。

図-4に計算領域後方における風速ベクトルの比較を示す。*Van Driest*の壁面減衰関数を導入した解析では、壁面での風速の減少が若干ではあるが抑えられていることがわかる。しかしながら、 ν_{SGS} の値自体が平板の解析では微小であるため、風速には差異が見られなかった。

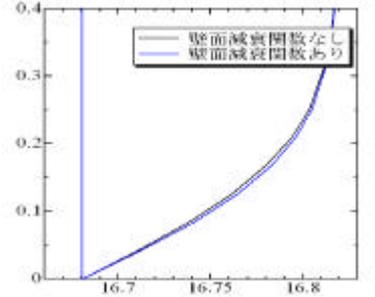


図-4 風速ベクトル図の比較

4. おわりに

本報告では *Smagorinsky*モデルを用いた *LES*による地形風数値シミュレーションを行い、風洞実験結果と比較し以下の結論を得た。

- 平板の解析では、実験に比べ地表面付近での風速が減少している。これは *non-slip*条件の影響、または、乱流の2次の統計量を再現していないためと考えられる。
- 壁面減衰関数を導入することにより壁面での ν_{SGS} を抑えることが出来たが、平板の解析では ν_{SGS} の値自体が微小であるため風速に差異は見られなかった。

平板の解析において、地表面付近での風速の減少を少なくし実験のプロファイルを再現するためには、今後より細かな計算格子を使用するか、2次の統計量を再現する必要がある⁵⁾と思われる。今後、地形モデルに本解析手法を適用し、検討を行なっていく予定である。

謝辞

本論文に用いた風洞実験結果は、鹿島建設株式会社技術研究所より提供していただいた。ここに記して感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 水上昭, " Q_1-P_0 要素による FEM 流れ解析のための安定化行列", 第8回数値流体力学シンポジウム論文集, 647-650, (1994)。
- 2) Kazuo Kashiyama, Tukasa Tamai, Wataru Inomata, Satoshi Yamaguchi, " A parallel finite element method for incompressible Navier-Stokes flows based on unstructured grids", *Comput.Methods Appl.Mech.Engrg.*(印刷中)
- 3) 榎山和男, 猪股涉, " 混合補間要素を用いた非圧縮粘性流れ解析のための高精度安定化有限要素法", 土木学会論文集 No.591/I-43, 125-137, (1998)。
- 4) 野村卓史, " Smagorinsky モデルを用いた円柱まわり流れの有限要素解析", 第7回数値流体力学シンポジウム論文集, 279-282, (1993)。
- 5) 近藤宏二, 持田灯, 村上周三, 土屋学, " 乱流境界層を対象とした *LES*のための流入変動風の生成法に関する研究 - 流入変動風生成時の空間相関の再現が計算結果に及ぼす影響について -", 第12回数値流体力学シンポジウム論文集, 163-164, (1998)。