情報エントロピーによるSGAとscsGAの収束過程の比較について

第一復建㈱　正会員　千々岩浩巳
九州共立大学工学部　正会員　三原　徹治

1．はじめに

遺伝的アルゴリズム（GA）は，アルゴリズムが単純で，対象問題の適用範囲が広くかつ離散変数を容易に取り扱うことができるので，離散的最適設計法の有力な解法の1つとして広く活用されている．しかし，取り扱いが容易である反面，GAでも最も基本的なプロセスで構成されているSGAは，収束速度が比較的遅いことや安定的に良好な解が得られないなどの問題点が指摘されている．著者らは，これまで，SGAのこれらの問題点を解決する1つの方法として，良好な解が安定的に得られる交配個体選択 GA（scsGA）を提案してきた．

この研究では，SGAとscsGAの解の収束過程をShannonの情報エントロピー[1)]を用いて評価するとともに，最適解の探索能力と収束過程の関係について検討を試みる．なお，数値実験には著者らが過去の研究で取扱ってきた10部材トラス構造の応力制約下の最小重量設計問題[2)]を用いる．

2．多様性の尺度としての情報エントロピー

情報通信理論では基本的概念とされているShannonの情報エントロピーをこの研究では情報エントロピーあるいは単にエントロピーと呼ぶ．個体数N_Pを設定したGAによる最適化の過程で，ある世代における設計変数X_iに関するエントロピー$H(X_i)$は，式(1)で算定される．

$$H(X_i)=-\sum_{j=1}^{J_i} p_{ij}\log p_{ij} \quad , \quad p_{ij}=K_{ij}/N_P \qquad (1)$$

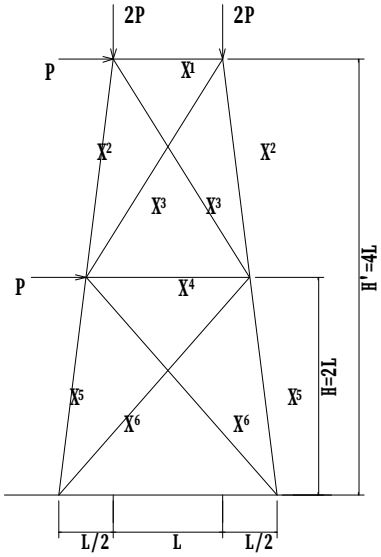
ここに，J_iはX_iの解候補(＝離散値データ)の総数，K_{ij}はX_iのj番目の離散値データの出現度数であり，$p_{ij}=0$のとき $0\cdot\log 0=0$ と解釈する．

式(1)に示すエントロピー$H(X_i)$は，J_i種類のすべての離散値データが均等に出現するときに最大値を採り，ある1種類の離散値データしか出現しないときに最小値（＝0.0）を採る（ある世代のすべての設計変数X_iに選択されている離散値データの種類が減少する）．つまり，X_iに関する多様性が乏しくなると$H(X_i)$は減少傾向を示す関数として表現されるので，多様性を数値的に把握するための尺度となりうる．

3．数値実験例

数値実験の対象として，図－1に示す10部材トラス（P＝196.1kN，L＝100cm，H'＝4L，H＝2L）の応力制約下の最小重量設計問題を選んだ．対象構造がトラス構造であるので，圧縮部材の設計上の限界値σ_Lは本来細長比の影響を受けるが，ここでは手法の特性分析を行うことが目的であるので，簡単のために一律$\sigma_L=-141.2\mathrm{N/mm^2}$に固定し，引張部材については限界値$\sigma_U=170\mathrm{N/mm^2}$とした．

設計変数$X_{1\sim6}$は各部材の断面積であり，JIS G 3444から$X_{1\sim3}$は22.72～58.91cm²の16種類，$X_{4\sim6}$は30.01～58.91cm²の10種類のうちのいずれかの値を採るとすると，組み合わせ総数は4,096,000（$=16^3\times10^3$）となり，これらの組み合わせのうちで制約条件をすべて満足し，かつ，最小のW値（$=a^TX$，aは設計変数ベクトルXに対応する部材長ベクトル，Tは転置の記号を示す）を有する組み合わせが最適解である．



図－1　10部材トラス

キーワード：情報エントロピー，SGA，scsGA，収束状況
〒812-0016　福岡市博多区博多駅南3-5-28　TEL.092-431-0724　FAX.092-431-0726

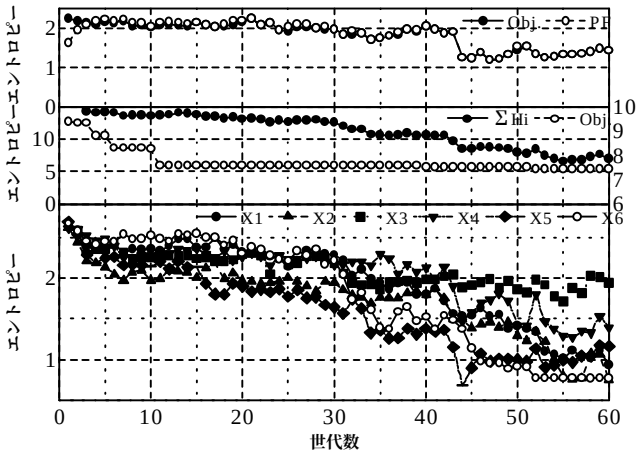
4．数値計算例

SGA と scsGA を比較するために数値実験を試みた．共通する計算条件には，個体数 N_P＝50，計算世代数 N_G＝60 とし，SGA では交叉確率 P_C を 0.6 に固定して突然変異確率 P_m を 0.01，0.02，0.05 および 0.10 の 4 ケースを，scsGA では突然変異確率 P_m を 0.1 に固定して交配個体数 N_S を 5～10 の 6 ケースについて計算を行った．

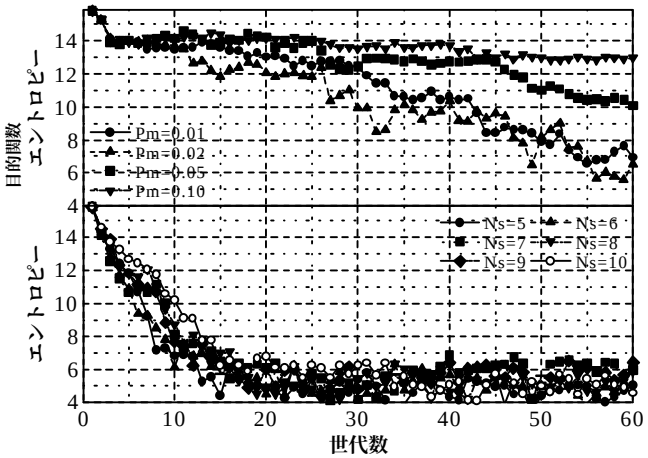
図－2 に，SGA の世代更新の状況の例として P_m＝0.01 の結果を示す．図は，上段から目的関数とペナルティー関数のエントロピー，設計変数のエントロピーの総和と最良解および設計変数ごとのエントロピーを表している．この図から，SGA では最良解は比較的早期に更新されているが，エントロピーの更新は継続し，N_G＝60 でも解の組み合わせが変わり続けていることがわかる．

設計変数のエントロピーの総和，目的関数の更新状況およびペナルティー関数の変化について，それぞれ，図－3～図－5 に示す．これらの図の上段は SGA，下段は scsGA の結果を示す．まず，設計変数の総和（図－3）を見ると，SGA に比べて scsGA は急激に減少していることから，scsGA はある特定の組み合わせに収束している状況を確かめることができる．また，SGA では P_m が小さくなるにつれてエントロピーの減少が早いことも確認できる．ペナルティー関数の推移（図－4）は，設計変数のエントロピーの総和と同じように，SGA に比べて scsGA は急激に減少していることがわかる．ペナルティー関数のエントロピー（図－5）に着目すると，scsGA のエントロピーは早い世代で減少しているのに対し，SGA のそれはほとんど減少していない．これから，SGA は世代を重ねても新しい個体が数多く生じていることが推測され，SGA の収束速度が scsGA に比べて遅いことがエントロピーの観点から説明できると思われる．今後は，世代の更新における SGA と scsGA が生成する個体について検討する予定である．

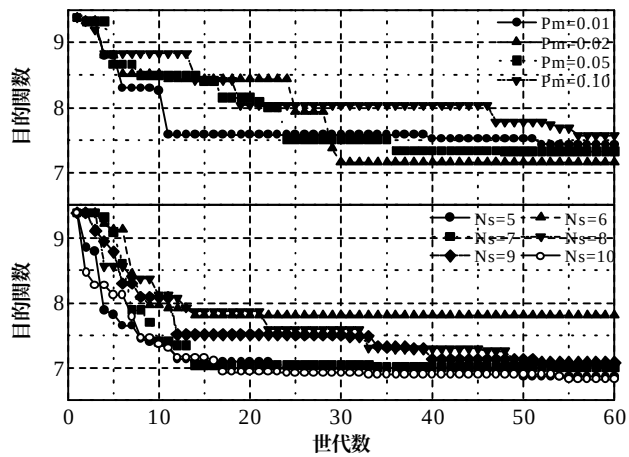
参考文献
1)有本:確率・情報・エントロピー,森北出版,1980.11.
2)千々岩,三原,太田:離散的最適構造設計への交配個体選択ＧＡの適用に関する一考察,構造工学論文集, Vol.42A,1996.3.



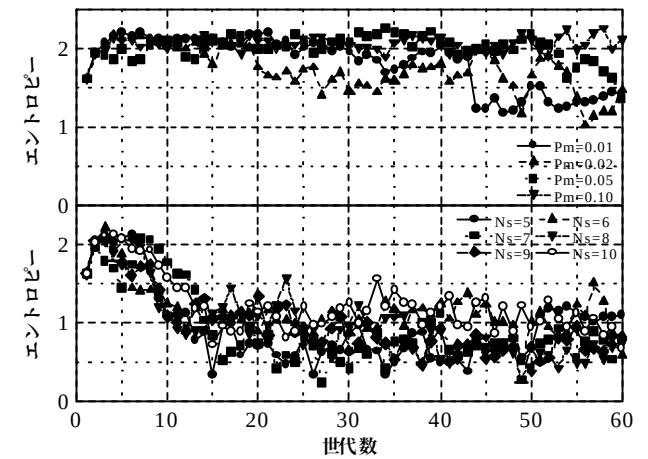
図－2　SGA の計算結果（P_m＝0.01）



図－3　設計変数のエントロピーの総和



図－4　ペナルティー関数の推移



図－5　ペナルティー関数のエントロピーの推移