

接合部に半剛結ばねを有する鋼骨組の非線形挙動

パシフィックコンサルタンツ 正員 松原 拓朗
 東京都立大学 正員 野上 邦栄

1. はじめに

通常、半剛構造をモデル化する場合、接合部における軸力、せん断力の影響は小さいために無視され、接合部の回転角とそれを発生させるモーメントのみを考慮するのが一般的である¹⁾。しかし、土木構造物においては接合部に非常に大きい力が作用するために、軸力、せん断力の影響も無視できない構造も存在し得ると考える。そこで本研究では、半剛結接合を回転ばね、軸ばねおよびせん断ばねでモデル化し、モーメントだけではなく軸力、せん断力の影響も考慮することにより、軸ばね、せん断ばね剛性の変化が構造物の終局強度に与える影響について弾塑性有限変位解析により検討した。

2. 半剛結ばねを有する有限変位理論

まず、図-1 のようにはり要素 ij と長さ l の半剛結ばね要素 pq, rs からなるモデルを考える。各ばねの回転ばね剛性を k^r 、せん断ばね剛性を k^s 、軸ばね剛性を k^a と置く。このときばね要素 pq の要素剛性行列は次式で表すことができる。

$$\mathbf{R}_{pq} = \mathbf{K}_i^s \delta_{pq} \dots \dots \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{pq} &= \{N_p, S_p, M_p, N_q, S_q, M_q\}^T \\ \delta_{pq} &= \{u_p, v_p, \theta_p, u_q, v_q, \theta_q\}^T \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

$$\mathbf{K}_i^s = \begin{pmatrix} k_i^a & 0 & 0 & -k_i^a & 0 & 0 \\ 0 & k_i^s & 0 & 0 & -k_i^s & 0 \\ 0 & 0 & k_i^r & 0 & 0 & -k_i^r \\ -k_i^a & 0 & 0 & k_i^a & 0 & 0 \\ 0 & -k_i^s & 0 & 0 & k_i^s & 0 \\ 0 & 0 & -k_i^r & 0 & 0 & k_i^r \end{pmatrix} \dots (3)$$

同様に、ばね要素 rs の要素剛性行列が次式のように与えられる。

$$\mathbf{R}_{rs} = \mathbf{K}_j^s \delta_{rs} \dots \dots \dots (4)$$

一方、はり要素 ij の非線形剛性方程式は非線形剛性行列を \mathbf{K} と置くならば

$$\mathbf{R} = \mathbf{K} \delta \dots \dots \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R} &= \{N_i, S_i, M_i, N_j, S_j, M_j\}^T \\ \delta &= \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}^T \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

となる。したがって、半剛結ばね要素とはり要素からなる方程式は次式ようになる。

$$\mathbf{R}^* = \mathbf{K}^* \delta^* \dots \dots \dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}^* &= \{\mathbf{R}_{pq}, \mathbf{R}, \mathbf{R}_{rs}\}^T \\ \delta^* &= \{\delta_{pq}, \delta, \delta_{rs}\}^T \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

$$\mathbf{K}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_i^s & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_j^s \end{pmatrix} \dots \dots \dots (9)$$

ここで、半剛結接合部の変位とはり要素の変位との関係より式 (7) は次のように表示し直すことができる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{R}}^a \\ \bar{\mathbf{R}}^b \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{K}}^{aa} & \bar{\mathbf{K}}^{ab} \\ \bar{\mathbf{K}}^{ba} & \bar{\mathbf{K}}^{bb} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\delta}^a \\ \bar{\delta}^b \end{Bmatrix} \dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}^a &= \{\mathbf{R}\}, \bar{\delta}^a = \{\delta\} \\ \bar{\mathbf{R}}^b &= \{P_q, S_q, M_q, P_r, S_r, M_r\}^T, \\ \bar{\delta}^b &= \{u_q, v_q, \theta_q, u_r, v_r, \theta_r\}^T \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

したがって、はり要素 ij の自由度のみで表示するため、節点 q, r を縮約すると次式のように書き直すことができる。

$$\bar{\mathbf{K}}^* \bar{\delta}^a = \bar{\mathbf{R}}^a - \bar{\mathbf{R}}^* \dots \dots \dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{K}}^* &= \bar{\mathbf{K}}^{aa} - \bar{\mathbf{K}}^{ab} [\bar{\mathbf{K}}^{bb}]^{-1} \bar{\mathbf{K}}^{ba} \\ \bar{\mathbf{R}}^* &= \bar{\mathbf{K}}^{ab} [\bar{\mathbf{K}}^{bb}]^{-1} \bar{\mathbf{R}}^b \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

なお、 q, r に分布荷重が作用しなければ $\bar{\mathbf{R}}^* = 0$ と置けば良い。

ばね定数については、次式のように与える。

$$k^r = \frac{R_{ki}}{\{1 + (\frac{\theta_r}{M_u/R_{ki}})^n\}^{(n+1)/n}} \dots \dots \dots (14)$$

$$k^s = \frac{\beta^s GA}{1 - \beta^s} \dots \dots \dots (15)$$

$$k^a = \frac{\beta^a EA}{1 - \beta^a} \dots \dots \dots (16)$$

回転ばねのばね定数には三要素 power モデルを使用した²⁾。軸ばね、せん断ばねのばね定数は、回転ばね定数と同様に非線形性を示すと考えられるが、本研究では式 (15)、式 (16) に示す一定値を用いた。

弾塑性解析において鋼材の構成則は完全弾塑性体とし、降伏条件は軸応力のみで判定している。また、残留応力は部材要素の断面内でひずみが一樣とし断面を細分割せずに応力 - ひずみ関係を定式化した方法を用いた³⁾。

3. 接合部モデルと非線形解析法

接合部の回転ばね剛性は、式 (14) のパラメータのうち、限界曲げ耐力をはりの降伏モーメントに等しくとり $M_u = 53.558 \text{tm}$ とし、形状係数は $n = 1$ としている。また接合部

初期剛性 R_{ki} は、柱の曲げ剛性を用いて次式のように無次元化した。

$$R_{ki} = \frac{\beta^r}{1 - \beta^r} \frac{4EI_x}{\ell} \dots\dots\dots (17)$$

これらの β^r , β^s , β^a の3つのパラメータを変化させることにより、様々な接合部モデルについて解析した。非線形解析手法には、Newton-Raphson 法と弧長増分法を用いている。

このような解析条件の基、鉛直荷重と水平荷重が作用する門型ラーメン構造を対象に、その接合部の回転ばね、軸ばね、せん断ばね剛性の変化が構造物の弾性座屈強度および終局強度に与える影響について検討した。

4. 解析結果

解析は、ECCSにおいて弾塑性有限変位解析プログラムのキャリブレーションのために適用されている構造系を対象とした。解析モデルは、図-2のように水平荷重 $H/P_y = 0.001$ と鉛直荷重 $P/P_y = 0.8$ を受ける、H断面を有する両下端固定の門型ラーメン構造⁴⁾である。荷重条件は、水平荷重と鉛直荷重を同倍率 γ で増加させた。この弾塑性有限変位解析において、残留応力は $\sigma_{rc} = 0.5\sigma_y$ 、初期回転角は $\psi_0 = 1/400$ である。

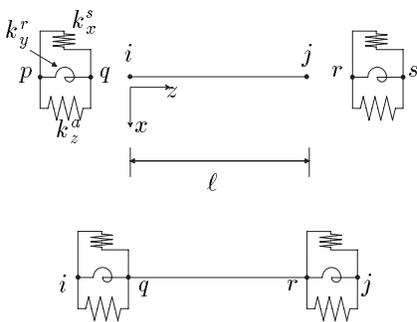


図-1 半剛結接合部を有する部材要素

図-3は、すべてのばねを剛結とした場合の荷重変位曲線である。ECCSで与えられている厳密解の解曲線に非常に良い一致を示している。次に、回転ばね初期剛性を $\beta_r = 0.2$ とした場合の結果を示す。せん断ばね剛性を剛結とし、軸ばね剛性 β_a を $0.1 \sim 0.9999$ まで変化させた場合の荷重 - 変位曲線を図-4に示す。軸ばね剛性の変化による挙動の変化はほとんど見られなかった。軸ばね剛性を剛結とし、せん断ばね剛性 β_s を $0.1 \sim 0.9999$ まで変化させた場合の荷重 - 変位曲線を図-5に示す。せん断ばね剛性が小さいほど変位が大きくなるのがわかる。回転ばね初期剛性が異なる場合でも、同様の傾向を示した。

5. まとめ

接合部を回転ばね・せん断ばね・軸ばねでモデル化した鋼ラーメン構造について弾塑性有限変位解析を行なった。その結果、回転ばね初期剛性だけでなくせん断ばね剛性も全体の挙動に影響を与えることを明らかにした。

参考文献

- 1) 土木学会：座屈設計ガイドライン，技報堂出版，1997.
- 2) 岸、Chen、松岡、能町：構造工学論文集，Vol.35 A,1989
- 3) 川井、野上：鋼構造部材と骨組の離散化極限解析，培風館，1991
- 4) Toma, S. and W.F.Chen：Engineering Structure，Vol.14，1992

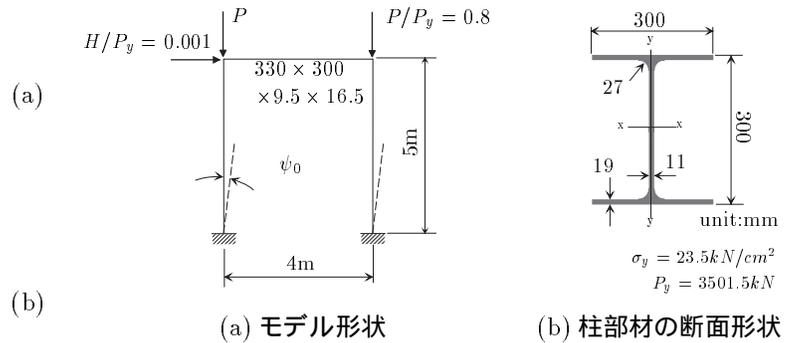


図-2 解析モデル

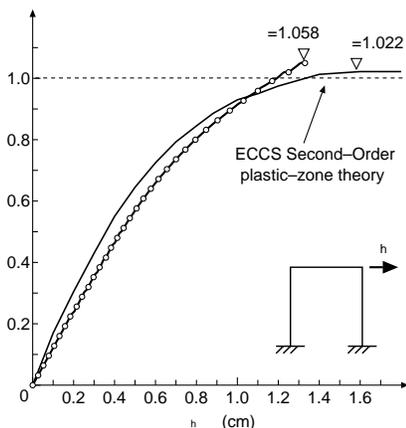


図-3 厳密解曲線と解析結果

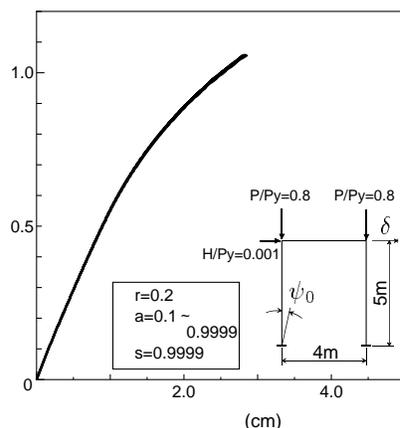


図-4 軸ばね剛性を変化させた場合

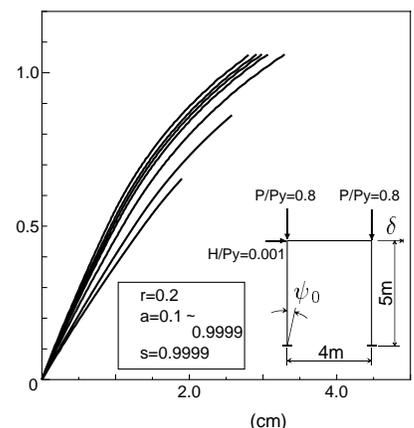


図-5 せん断ばね剛性を変化させた場合