メンバーシップ関数を応力密度に相応させた最適メッシュ生成法

八戸工業高等専門学校 建設環境工学科　正会員　○杉田 尚男
岩手大学　建設環境工学科　学生会員　荒田 智博
長岡技術科学大学　環境・建設系　正会員　鳥居 邦夫

1. 緒言

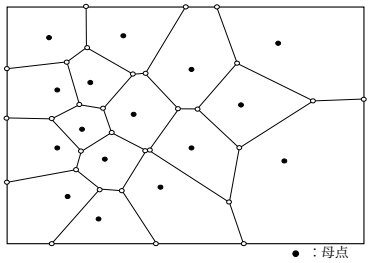
コンピュータ処理能力の飛躍的な性能の向上に関わらず有限要素解析に必要な時間は, それほど減少していない. 現在, 有限要素法における解析モデルは大型化・複雑化し, 解析作業においてメインプロセッサ負荷に対するプリプロセッシング負荷の割合が急激に増加している. モデル生成の効率化の必要性があり, 様々な自動メッシュ分割法が提案されているが，要素数・要素形状などにおいて，必ずしも最適化されたとは言い難い．特に応力集中部分に関する要素分割においては，未だ解析者の判断にゆだねる部分が多く，信頼性の低下を引き起こすことがある．本研究では，応力集中部への解析者の経験的な判断によるメッシュ分割プロセスをファジィ理論を用いて論理的に表現した．そして従来の自動メッシュ生成法と組み合わせることで，応力集中部に対して有効な要素分割法を提案する．特に円孔近傍における応力集中部分の要素生成を意識し, 従来のメンバーシップ関数 (Member Ship Function:MSF) と応力密度分布の情報に応じた節点配置法に改良を加えた.

2. Voronoi 理論

N 次元 Euclid 空間において n 個の点 $P_1(x_1), P_2(x_2), \cdots, P_n(x_n)$ が存在するとき $P_i(x_i)$ に対して最も近い点の集合 V_i は式 (1) で与えることができる.

$$V_i = \bigcap_{j:j\neq i} \left\{ x \in R^N \middle| \|x - x_i\| < \|x - x_j\| \right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$
$$(i = 0, \cdots, n, j = 1, \cdots, i-1, i+1, \cdots, n)$$

x ： ある位置ベクトル　x_i : 点 i の位置ベクトル　$\|\cdot\|$: Euclid 距離



図–1 Voronoi 図

V_i は点 $P_i(x_i)$ の Voronoi 領域と呼ばれ，Voronoi 領域を生成している点を母点，その領域多角形の各頂点を Voronoi 節点と呼ぶ．Voronoi 領域は母点と母点とを結ぶ垂直 2 等分線で構成されるので，Voronoi 節点は，その周りの 3 個の母点を頂点とする三角形の外心となる．応力解析には，母点とそれにより生成された Voronoi 節点を結ぶことで三角形要素を形成し，それを初期要素として用いる.（**図–1** 参照）

3. ファジィ推論による応力集中部の特定

(1) 応力勾配

領域全体の応力分布を表すものとして，Voronoi 領域間の応力勾配を定義した．Voronoi 領域の応力は，その Voronoi 領域を構成している要素の平均値とし，領域間の応力勾配 SG_{ij} は隣接する Voronoi 領域間について算出する．そしてその平均値 $\overline{SG_{ij}}$ を，応力勾配の代表値とする．以降この代表値を領域間応力勾配と呼ぶ. 領域間応力勾配だけでは，Voronoi 領域内の局所的な応力の変化が評価できず，過小に評価される場合がある. そこで，局所的な応力分布を示すものとして，Voronoi 領域内の応力勾配を定義した．Voronoi 領域内における応力の不連続量を表すために，領域内で最大・最小の応力をとる要素間で応力勾配 sg_i を算定した[1)]. 以降この応力勾配を領域内応力勾配と呼ぶ.

(2) ファジィ推論

この 2 つの応力勾配を用いてファジィ推論を行い応力集中部の特定を行う．推論方法[2)]として MAX-MIN 合成重心法を用いた．前件部メンバーシップ関数として，領域間応力勾配，領域内応力勾配の 2 つを定義する. 推論結果は, 区間 0 ～ 100 で定義し, それを応力密度の度合いとする.

Key Words: 有限要素法, ファジィ推論, 自動メッシュ分割
〒 039-1192 青森県八戸市田面木字上野平 16-1　TEL&FAX:0178-27-7313　E-mail:sugita-z@hachinohe-ct.ac.jp

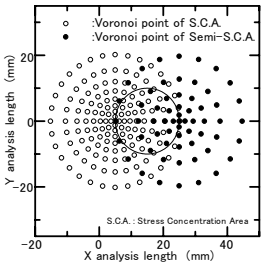
4. 要素再分割

(1) 母点の重ね合わせ

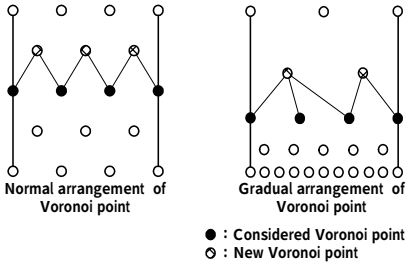
応力集中部と特定した点を中心に，要素を細分化することで，離散化の誤差を小さくする．Voronoi 分割では，母点を密に配置することでこれが可能となる．応力集中部を中心として, ファジィ推論結果により制御されたメンバーシップ関数に基づいた母点を配置する．（**図–2** 参照）

(2) 段階的母点配置生成法

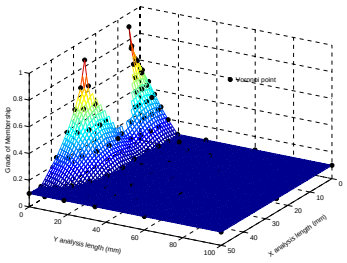
応力集中影響範囲外の母点配置もメンバーシップ値に依存した配置にすればいいのだが, これでは, 無限遠方でも, 一定の間隔で配置されてしまう. ここで, 段階的母点配置法**図–3** を提案する. 段階的母点配置法とは, 応力集中影響内母点配置から連続的, 段階的に無限遠方母点を配置する方法である. 初期配置では Voronoi 多角形は正六角形である.Voronoi 領域を新しく生成しようとしたとき, その生成母点は最大 2 個の母点と関連付き, 一様に母点が配置していく. そこで, 段階的母点配置では生成母点との関連個数を最大 3 個と変更した.Voronoi 領域は 5 角形, 7 角形, 8 角形となる場合があるが, その生成率は極めて低く, また, 鈍角三角形は存在しないので, 角度分布が良好なメッシュが生成される. また, この手法を用いたメンバーシップ関数と母点位置を**図–4** に示す.



図–2 ファジィ集合



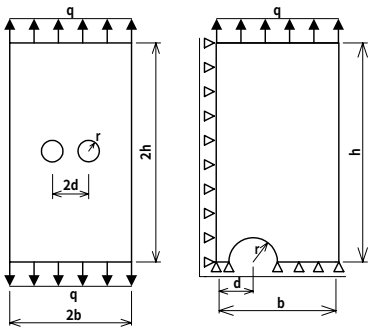
図–3 段階的母点配置法



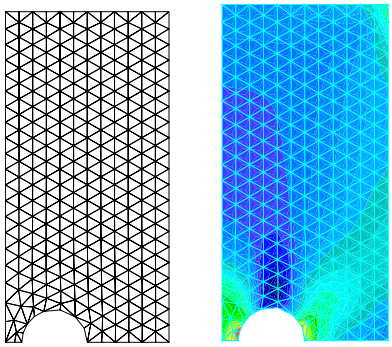
図–4 段階的母点配置と MSF

5. 適用例

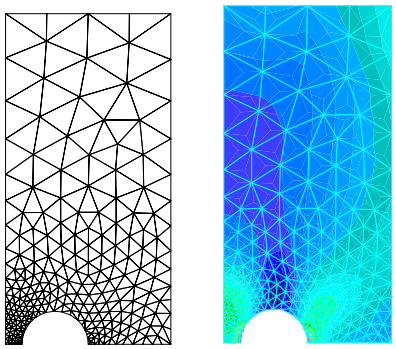
応力集中が顕著に発生する**図–5** に示す有孔平板モデルを用い，本手法の効果を検証する．モデルの諸元は，ヤング係数 $E = 2.06 \times 10^5 \mathrm{kN/mm^2}$，ポアソン比 $\nu = 0.3$，板厚 10mm，高さ $h = 100\mathrm{mm}$，幅 $b = 50\mathrm{mm}$，円孔半径 $r = 10\mathrm{mm}$，円孔中心間距離 $2d = 30\mathrm{mm}$, 引張力 $q = 4\mathrm{kN}$ とした．初期配置における要素配置図と応力図を**図–6**，再分割後の要素配置図と応力図を**図–7** に示す.



図–5 全体解析モデルと 1/4 解析モデル



図–6 初期配置



図–7 最適配置

6. 結言

本手法を用いることにより，初期段階で最適なメッシュ分割が得られ，また Voronoi 理論の応用により扱うデータを大幅に減らすことが可能となった．今後の課題としては，任意形状・3 次元形状を考慮したシステムの開発が必要である．

参考文献

1) 杉田尚男，伊賀隆幸，鳥居邦夫， 応力勾配を用いたファジィ推論による自動メッシュ生成法, 日本計算工学会論文集, Vol.1,**5**, 1999, pp. 119–124.
2) 杉田尚男，鳥居邦夫，ファジィ推論による応力集中部の特定と最適自動メッシュ生成法, 第 6 回システム最適化に関するシンポジウム論文集，Vol.6,**12**,1999, pp. 57–64.