固体－流体連成モデルを用いた均質化法による並列有限要素解析

中央大学大学院　学生員　○　筧　貴明
日本工営株式会社　正会員　牧野　孝久
八千代エンジニアリング　非会員　泉谷　隆志
中央大学　正会員　樫山　和男
東北大学　正会員　寺田賢二郎

1.　はじめに

アスファルト混合物などの複合材料の内部微視構造を考慮に入れた数値解析手法として均質化法[1)2)3)]が提案されている．均質化法では，内部微視構造を考慮に入れた巨視的挙動を求めるために，微視構造の骨材形状や材料配置を厳密にモデル化することが重要となる．しかし，従来のメッシュ生成法では複雑な材料分布のアスファルト混合物をモデル化することは困難である．

本報告では，X線CTを用いてアスファルト混合物の微視構造のモデル化を行いその有効性と周期領域の大きさが全体挙動に及ぼす影響について検討した．また，このような正確なモデル化に伴い計算時間及び記憶容量が増大するため，並列計算を導入しその有効性についても検討した．

2.　基礎方程式と均質化法

固体と流体の混合体からなる粘弾性体の支配方程式及び材料構成式は(1),(2)式で示される．

$$\frac{\partial \sigma^{\epsilon}_{ij}}{\partial x_i} + \rho^{\epsilon}\bar{b}_j = 0 \qquad in\Omega^{\epsilon} \tag{1}$$

$$\sigma^{\epsilon}_{ij}(\boldsymbol{x}) = b^{\epsilon}_{ijkh}(\boldsymbol{x})\varepsilon_{kh}(u^{\epsilon}) + c^{\epsilon}_{ijkh}(\boldsymbol{x})\varepsilon_{kh}\left(\frac{\partial u^{\epsilon}}{\partial t}\right) \tag{2}$$

また$b^{\epsilon}_{ijkh}(\boldsymbol{x}), c^{\epsilon}_{ijkh}(\boldsymbol{x})$は次式で示される係数マトリックスである．

$$b^{\epsilon}_{ijkh}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} E_{ijkh}(\boldsymbol{x}) & in \quad \Omega^{\epsilon}_s \\ \frac{1}{3}K^f\delta_{ij}\delta_{kh} & in \quad \Omega^{\epsilon}_f \end{cases}$$

$$c^{\epsilon}_{ijkh}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 0 & in \quad \Omega^{\epsilon}_s \\ 2\mu^{\epsilon}\left(\delta_{ik}\delta_{jh} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kh}\right) & in \quad \Omega^{\epsilon}_f \end{cases}$$

ここで，固体部(Ω^{ϵ}_s)は線形弾性体，流体部(Ω^{ϵ}_f)は圧縮性Newton流体を仮定する．なおK^f,E,μ^{ϵ}はそれぞれ体積弾性係数,弾性係数,粘性係数である．次に均質化法を適用する．均質化法は,2変数展開法を応用し,周期性を持つ微視構造で構成された材料(巨視構造)の平均物性を評価する手法である．ここで,変位$u^{\epsilon}(\boldsymbol{x})$の漸近展開形しそれを(1)(2)式から得られる仮想仕事の原理式に代入する．最終的な微視構造の方程式は次のように表される．

$$\begin{aligned}
&\int_{\mathrm{Y}} b_{ijlm}(\boldsymbol{y})\frac{\partial \Pi^{kh}_l(\boldsymbol{y},t)}{\partial y_m}\frac{\partial \omega^1_i}{\partial y_j}dy \\
&+ \int_{\mathrm{Y}} c_{ijlm}(\boldsymbol{y})\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \Pi^{kh}_l(\boldsymbol{y},t)}{\partial y_m}\right)\frac{\partial \omega^1_i}{\partial y_j}dy \\
&= \delta(t)\Bigg[\int_{\mathrm{Y}} b_{ijkh}(\boldsymbol{y})\frac{\partial \omega^1_i}{\partial y_j}dy \\
&\quad - \int_{\mathrm{Y}}(b_{ijlm}(\boldsymbol{y}) + c_{ijlm}(\boldsymbol{y}))\frac{\partial \Pi^{kh}_l(\boldsymbol{y},0+)}{\partial y_m}\frac{\partial \omega^1_i}{\partial y_j}dy\Bigg]
\end{aligned} \tag{3}$$

ここで,$\delta(t)$はデルタ関数である．さらに,均質化された応力は,微視的応力の体積平均として捉えると(4)式で示すことができる．

$$\begin{aligned}
\sigma^H_{ij} &= b^H_{ijkh}\frac{\partial u^0_k(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_h} - g^{bH}_{ijkh}(0+)\frac{\partial u^0_k(\boldsymbol{x},0+)}{\partial x_h} \\
&- g^{bH}_{ijkh}(t) * \frac{\partial u^0_k(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_h} + c^H_{ijkh}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u^0_k(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_h}\right) \\
&- g^{cH}_{ijkh}(t)\frac{\partial u^0_k(\boldsymbol{x},0+)}{\partial x_h} - g^{cH}_{ijkh}(t) * \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u^0_k(\boldsymbol{x},t)}{\partial x_h}\right)
\end{aligned} \tag{4}$$

ここで,ρ^H,b^H_{ijkh},c^H_{ijkh},$g^{bH}_{ijkh}(t)$,$g^{cH}_{ijkh}(t)$は各均質化された定数である．

詳しい定式化については参考文献 1)2) を参照願いたい．

3.　X線CT法によるアスファルト混合物のモデル化

X線CTにより得られたアスファルト混合物の実画像データから微視構造モデルを生成する手順を以下に示す．

①　X線CTから得られた断面画像データ（RAW形式）からCT値(Text形式)を求める．
②　画像を鉛直方向に積み重ね３次元画像を作成する．
③　解析領域を決定する．X線CTの断面画像は平面方向（0.3mm）に比べ，高さ方向（0.5mm）の情報量が少ないため，高さ方向に線形補間を行う．
④　画像解像度を解析の規模に適した解像度にする．
⑤　固体部と流体部に分離するため，２階調化を行う．
以上により，微視構造モデルが生成される．

4.　並列計算手法

本報告では，微視構造の計算部分((3)式,(4)式）に並列処理を行った．並列計算の前処理としてボクセルメッシュに基づく解析メッシュ全体を，使用するプロセッサと同数の小領域に分割し，計算負荷の分散及び均等化を行う．また均質化法では微視構造に周期境界条件を仮定しているため，このための通信を行う必要がある．そこで領域境界上と周期境界上での通信回数の最小化を行うため，スライス状の分割[3)]を行った．この場合，

Key Word: 均質化法，有限要素法，並列計算
〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27
TEL 03-3817-1815,FAX 03-3817-1803

周期境界上の通信を一度で行うことが可能となる．また，領域分割をスライス状にすることにより，ボクセルメッシュの節点番号及び要素番号の規則性を利用したリナンバーアルゴリズムを容易に構成することができる．

5.　数値解析例

数値解析例として，アスファルト混合物を固体 (骨材)–流体 (アスファルトモルタル) の混合体からなる粘弾性体と想定し，両端の圧縮荷重(強制変位) による応力緩和解析を行う．なお，巨視構造には円柱供試体モデル（節点数 9537，要素数 8192），微視構造には X 線 CT によるアスファルト混合物の実画像データに基づいて作成したモデル（節点数 68921，要素数 64000）を用いている．また，各材料定数等は，表 1 のとおりである．時間積分に関しては完全陰解法によるものとして解析を行った．

表 1 材料定数

	$E(GPa)$	ν	$K(GPa)$	$\mu(GPas)$
$solid$	61.0	0.21	——	——
$fluid$	——	——	10.0	1.0

(1)　実画像モデルの有効性に関する検討

実画像モデルと球状の骨材を仮定した仮想モデルとの比較を行った．巨視構造の応力緩和履歴 (図 1) に関して２つのモデルとも実験値と同様な挙動を捉えることができた．しかしながら，応力値に関しては差異が見られる．この要因として，２つの微視構造モデルの幾何形状が巨視構造に異なる影響を及ぼしていることが言える．このことから，正確な巨視－微視応力解析を行うためには，微視構造の幾何形状を厳密に考慮する必要がある．

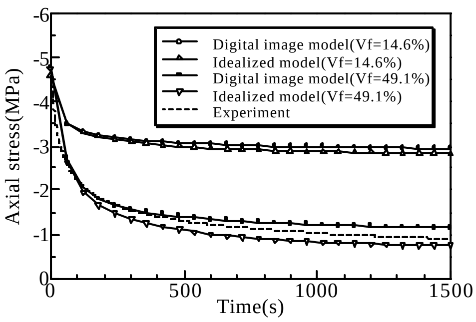

図１　巨視構造における軸方向応力の時間履歴

(2)　周期領域の大きさに関する検討

周期領域の大きさを 10*10*10mm から 40*40*40mm まで 4case 用意し，周期領域の大きさによる不均質性の違いが全体挙動へ及ぼす影響について考察した．周期領域を大きくとることにより，軸方向応力が収束していく傾向が捉えられた．本報告に用いた骨材の最大粒径は 13mm であるため，周期領域の大きさは骨材の最大粒径の約 2 倍 (30mm)〜3 倍 (45mm) 以上とれば十分であると言える．

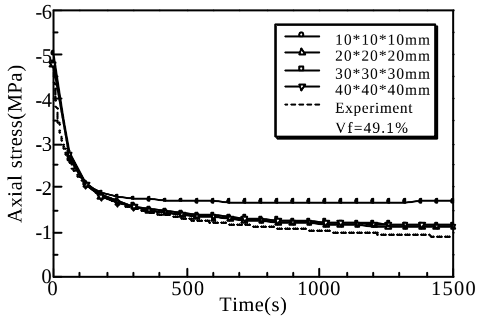

図 2 周期領域の違いによる巨視応力の変化 (vf=49.1％)

(3)　並列化性能評価

応力緩和解析において並列化性能評価を行う．今回用いた並列計算機は IBM 社の $RS6000$ である．並列化効率を図 3 に，実行ファイルのサイズを図 4 に示す．これらの図より高性能な並列計算が実現できている．

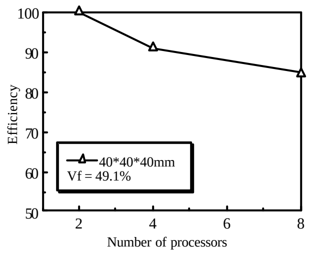

図３　並列化効率

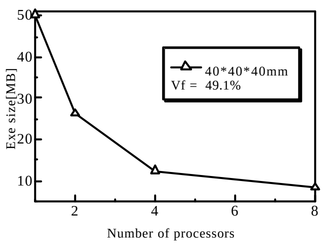

図４　記憶容量負荷

6.　おわりに

本報告では，X 線 CT を用いたアスファルト混合物の並列有限要素解析を行い，以下の結論を得た．

(1) 微視構造の幾何形状の違いにより，巨視構造の応力値に差異が見られた．このことから，微視構造の幾何形状を厳密に考慮した実画像モデルは仮想モデルに比べ有効であると言える．

(2) 周期領域を大きくとることにより，巨視的な変数である軸方向応力が収束していく傾向が捉えられ，その大きさには，内部に介在する材料の最大粒径の約 2〜3 倍以上とれば十分であると言える．

(3) 並列処理を適用することにより高い速度向上と省メモリーな解析が実現でき，大規模な計算が可能となった．

今後の課題として，微視構造をさらに厳密にモデル化した大規模問題への適用を行う予定である．

参考文献

1) José Miranda Guedes and Noboru Kikuchi: Preprocessing and postprocedsing for materials based on the homogenization method with adaptive finit element methods. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*. Vol.83 ,p143-198,1990

2) 泉谷隆志, 宇尾朋之, 樫山和男, 寺田賢二郎:均質化理論に基づく固体－流体連成モデルを用いた粘弾性解析, 計算工学講演会論文集, 第 3 巻, 第 3 号, p1031-1034,1998,5

3) 牧野孝久, 宇尾朋之, 樫山和男:均質化法による弾性解析のための高性能並列計算手法の開発, 土木学会第 53回年次学術講演会,CS-210,p418-419,1998