鋼材の繰り返し載荷下での破壊を考慮するための応力ひずみ関係の構築

住友建設　正員　花井 崇
名古屋工業大学　正員　小畑 誠
名古屋工業大学　正員　後藤 芳顯

1 はじめに

鋼構造物の終局挙動や変形能力を評価するためには部材の延性的および脆性的破壊挙動を把握する必要がある．構造用鋼材の延性的な破壊においては鋼材内の微小空隙の発生と生長が重要なメカニズムのひとつとされており，最終的な破壊（破断）は生長した微小空隙が相互に連結することにより起こるとされている．著者らはこのような考えのもとに材料内の微小空隙を考慮した簡単で広く受け入れられている構成則モデルであるグルソン型モデルを用いて一連の研究を行い，大変形を正確に考慮した実験によりその材料定数を決定すれば，きわめてひずみの大きい領域まで鋼材の変形を適切に表現できること，また空隙体積比率を用いれば破断についても実用上有益な判定ができることを示した[1]．グルソン型モデルが想定しているのは単調載荷における微小空隙の発生と成長による破断であるが，大きな塑性変形をともなう繰り返し載荷においても単調引張りと同様のメカニズムによる延性破壊が生じることが破面の観察により示されている[2]．したがってグルソン型モデルを用いればそのような破断をある程度定量的に推定できる可能性がある．そこでここでは簡単な仮定のもとにグルソン型モデルの移動硬化型への拡張を行う．

2 基質材料が移動硬化特性を持つときのグルソン型モデル

ここでは Tvergaard[3]によって拡張されたグルソン型モデルをもとに議論をすすめる．基質材料が移動硬化型特性を持つときのグルソン型モデルについてはこれまで検討例が少ない．Mear and Hutchinson[4]が基質材料に移動硬化を考慮しているがこれは単調比例載荷経路において降伏曲面の曲率の材料挙動への影響を考慮するためのものであり，繰り返し載荷状態を想定したものではない．ここで目標とするのは実際に除荷－負荷経路を含む載荷状態へのグルソン型モデルの拡張である．以下の展開を明解にするために全体としての量（以下マクロ量と呼ぶ）と基質材料に対応する量（以下ミクロ量と呼ぶ）を形式的に区別して考える．基本的には基質材料の弾塑性挙動は従来の塑性論で完全に記述できると言う意味で既知のものであるとし，それをもとに基質材料と空隙からなる一様な材料の性質をどのように記述するかを考える．使用する記号については表１にまとめる．降伏関数は

表１　記号

意味	マクロ	ミクロ
真応力	Σ_{ij}	σ_{ij}
変形率テンソルの塑性変形分	D^p_{ij}	d^p_{ij}
後背応力	A_{ij}	α_{ij}
真応力－後背応力	$B_{ij}=\Sigma_{ij}-A_{ij}$	$\beta_{ij}=\sigma_{ij}-\alpha_{ij}$
相当塑性ひずみ	E^p	ε^p_M
降伏関数	Φ	$\phi=\sqrt{\frac{3}{2}\beta'_{ij}\beta'_{ij}}-\sigma_F$

$$\Phi=\frac{3}{2}\frac{B'_{ij}B'_{ij}}{\sigma_F^2}+2fq_1\cosh\left(\frac{1}{2}\frac{B_{kk}}{\sigma_F}\right)-\left\{1+\left(q_1 f\right)^2\right\}=0 \tag{1}$$

で与える．あきらかなように $f=0$ で通常の J_2 理論の降伏関数になり，また後背応力 A_{ij} がなければ Tvergaard[3]の与えたグルソン型の降伏関数になっている．これよりコンシステンシ条件は

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\Sigma_{ij}}d\Sigma_{ij}+\frac{\partial\Phi}{\partial A_{ij}}dA_{ij}+\frac{\partial\Phi}{\partial f}df+\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_F}\frac{\partial\sigma_F}{\partial\varepsilon^p_M}d\varepsilon^p_M=0 \tag{2}$$

となる．移動硬化を導入したことによる影響は第２項と第４項に現れている．ここで空隙体積比率の増分 df については従来どおりに考えるものとする．第２項については基質材料の発展則に準じて次のように考える．

キーワード　延性破壊、応力ひずみ関係
連絡先（〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町名古屋工業大学社会開発工学科）

$$\frac{\partial \Phi}{\partial A_{ij}} dA_{ij} = -H_k dE^p \tag{3}$$

ここで dE^p あるが最も単純に対応する基質材料の量 $d\varepsilon^p$ 等しくとる．これは不均一な材料の変形の記述において一様の変形を仮定することに対応している．次に通常の定式化にならってマクロ量とミクロ量との関連を次式で与えられるオフセット分を考慮した塑性仕事の等価性によって与える．

$$B_{ij} D^p_{ij} = (1-f)\sigma_F d\varepsilon^p_M \tag{4}$$

この関係により比例載荷経路上では材料挙動は等方硬化のものと一致する．以上より

$$D^p_{ij} = \frac{1}{H}\frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma_{ij}}\frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma_{kl}} d\Sigma_{kl}, \quad H = \frac{1}{1-f}\left\{-H_k + h_i \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_F} + A\frac{\partial \Phi}{\partial f}\right\}\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_F} - (1-f)\frac{\partial \Phi}{\partial f}\frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma_{kk}} \tag{5),(6}$$

となる．ここでマクロな移動硬化係数に相当する H_k を基質材料に関する量で記述できれば全体としての挙動を記述できたことになる． これについて式(4)に準じた次式を仮定する

$$D^p_{ij} dA_{ij} = (1-f) d^p_{ij} d\alpha_{ij} \tag{7}$$

これより式を展開することにより

$$H_k = -h_k \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_F} \tag{8}$$

を得る．また A_{ij} の発展則としていわゆる Ziegler 型を導入することにより次式を得る．

$$dA_{ij} = -\frac{h_k}{H}\frac{1}{\sigma_F}\frac{1}{1-f}\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_F}\frac{\partial \Phi}{\partial \Sigma_{kl}} d\Sigma_{kl} B_{ij} \tag{9}$$

以上で増分応力－増分変形関係を完全に記述することができる．以上の定式化の妥当性は式(4)と式(7)のふたつの仮定の妥当性にかかっているが，結局のところ実現象と比較により議論されるべきであろう．

3 数値計算例

このようにして拡張したグルソン型モデルを汎用有限要素法プログラム DIANAVer.7[5] のプラグインサブルーチンとしてコード化した．図 1 にその計算結果の荷重変位曲線の一例を示す．図にあるように１要素（20 節点固体要素）を繰り返し変形させたものである．DIANA では基質材料の硬化は移動硬化としている．比較に示したものは ABAQUSVer.5.8 [6]による計算結果である．ABAQUS は基質材料として等方硬化を仮定する標準的なグルソン型モデルのみサポートしているのでその結果を示した．このコードを用いた詳細な検討は今後進めていく予定である．

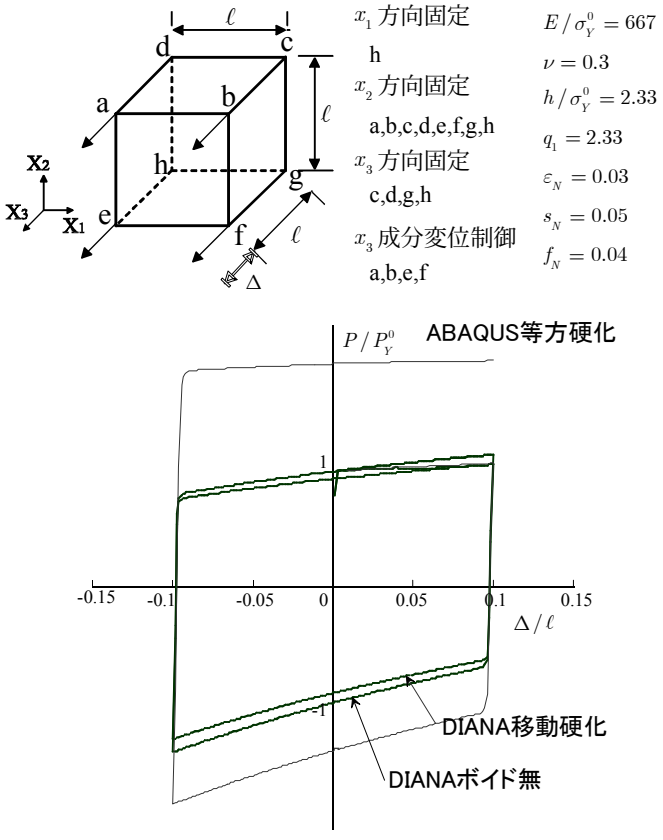

図 1 数値計算例

参考文献：1)小畑誠,水谷明嗣,後藤芳顯,土木学会論文集,I-48,185(1999), 2)Kuwamura,H, J. Engrg. Mech., ASCE,729(1997), 3)Tvergaard, V., Int. J. Fracture, 17, (1981), 4) Mear, M.E. and Hutchinson, J.W., Mech. Mater. 4, 395(1985), 5) TNO(1999) 6)HKS(1999)