V -291

たわみ性法によるフレーム構造解析

名古屋大学大学院工学研究科　学生会員　チア　ホン
名古屋大学大学院工学研究科　正会員　木全　博聖
名古屋大学大学院工学研究科　ﾌｪﾛｰ会員　田辺　忠顕

1. はじめに

本研究は，鉄筋コンクリート構造物の解析手法としてたわみ性法を提案するものであるを行うものである．はりの一般的な解析手法である剛性法と本手法の大きな違いは，変位の近似関数を与えるのではなく，はり部材に作用するモーメントの直線分布を定めることにある．荷重点が格点のみのような場合には，剛性法と比べ自由度を大幅に低減することができる．さらに，要素内の厳密な力の釣合を基礎としているので，収斂性の良い安定した解を得られることが期待できる．

本研究に示すたわみ性法は純粋なたわみ性法とは異なるが，ある静定基本形のたわみ性マトリクスと座標変換マトリクスから剛性マトリクスを求めることから，ここではたわみ性法と表現することにした．

2. たわみ性法によりはりの定式化

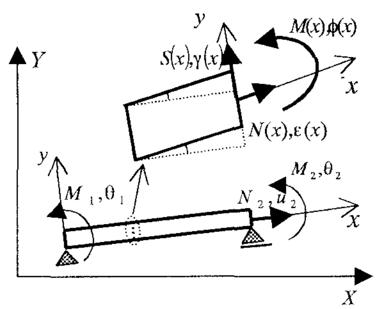
2次元 6 自由度の矩形はりを考える．図-1 に示すような剛体運動を考慮しない時の運動（非剛体モード）における荷重及び変位ベクトルは$\{Q\}$、$\{q\}$で表すことができる．ここで，N,V,M はそれぞれの節点に作用する軸力，せん断力，曲げモーメントを表している．また，u,v,θ はx方向変位，y方向変位，たわみ角を表している．図-1 中の$N(x)$，$S(x)$，$M(x)$はそれぞれ任意点xの断面に作用する軸応力，せん断応力，曲げモーメントであり，$\varepsilon(x)$，$\gamma(x)$，$\phi(x)$はそれぞれx方向の軸ひずみ，せん断ひずみ，曲率を表している．

次に，剛体運動を考慮した場合（剛体モード）の荷重及び変位ベクトルは図-2 に示すように$\{\bar{Q}\}$，$\{\bar{q}\}$で表すことができる．

また，剛体モードの荷重及び変位ベクトル$\{\bar{Q}\}$，$\{\bar{q}\}$と非剛体モードのベクトル$\{Q\}$、$\{q\}$は，変換マトリクス$[t]$を用いて，次のように関係づけられる．

$$\{\bar{Q}\}=[t]\{Q\} \tag{1}$$

$$\{q\}=[t]^T\{\bar{q}\} \tag{2}$$



$$\{Q\}=\{N_2 \quad M_1 \quad M_2\}^T$$
$$\{q\}=\{u_2 \quad \theta_1 \quad \theta_2\}^T$$
$$\{D(x)\}=\{N(x) \quad S(x) \quad M(x)\}^T$$
$$\{d(x)\}=\{\varepsilon(x) \quad \gamma(x) \quad \theta(x)\}^T$$

図-1 要素と断面の力と変位

任意の断面の変位と力は，節点変位及び力で表すことができる。

$$\{\Delta d(x)\}=[a(x)]\{\Delta q\} \tag{3}$$

$$\{\Delta D(x)\}=[b(x)]\{\Delta Q\} \tag{4}$$

$a(x),b(x)$は補間関数であるが，$b(x)$は直線分布をなすので，厳密性を失うことなく簡単になる。断面力増分$\{\Delta D(x)\}$と断面変位増分$\{\Delta d(x)\}$の関係は次のように表される．

$$\{\Delta d(x)\}=[f(x)]\{\Delta D(x)\} \tag{5}$$

ここで$[f(x)]$は断面剛性を表している．式(5)を Galerkin 法により離散化し，さらに仮想仕事の原理より得

キーワード：たわみ性法，剛体モード，非剛体モード，せん断変形
連絡先：土木工学専攻第2講座　〒464-8603 名古屋市千種区不老町1　Tel:052-789-4484,Fax:052-789-3738

られた式を連成させると，次のような式が得られる[1]。

$$[F]^{-1}\{\Delta q\}=\{P\}-\{Q\} \tag{6}$$

ここで，$\{P\}$は現ステップの荷重，$\{Q\}$は前ステップの荷重である。そして$[F]$は要素たわみ性マトリクスである。

式(6)は，剛性マトリクスがたわみ性マトリクスを逆にして得られることを示しているが，せん断変形を考慮した剛性マトリクスは次のように表される。

$$[K]=[t]^T[F_m]^{-1}\left[[I]+[F_s][F_m]^{-1}\right]^{-1}[t][I]-\alpha\beta]^{-1} \tag{7}$$

ここで，$[F_m]$は曲げに関するたわみ性マトリクス，$[F_s]$はせん断変形に関するたわみ性マトリクス，$[I]$は単位マトリクス，α,βは$[F_m]$と$[F_s]$から求められるマトリクスである。

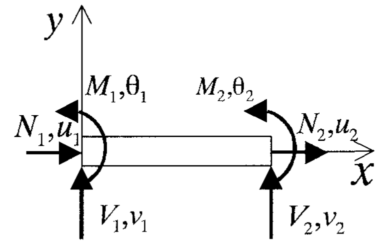
3. 解析方法と解析結果

たわみ性法を用いて，RC フレームの解析を行う．解析対象[2]である１層フレーム供試体の解析モデルを図-3 に示す．２本の柱の頭部に一定の軸方向圧縮力が与えられた状態で，水平方向に加力される．図-3 のようなフレーム構造物を解析する場合には，通常の剛性法では数十の要素を必要とし，かつファイバーモデルではせん断変形はほとんど取り扱えない．しかし，たわみ性法では３要素４節点（そのうち２節点は埋め込み端の境界節点である）で解析が可能である上にせん断変形の考慮も容易にできる．

ファイバーモデルを用いて曲げ及び軸方向変形に関する剛性を求めるが，今回の解析では鉄筋の構成則を図-4 に示すような case1 と case2 に分けて解析を行う．ただし，case1 は鉄筋の応力とひずみ関係直線は勾配を３つ有するモデルであり，case2 は勾配を２つ有するモデルである．図-5 は，左上端の載荷点における荷重－水平方向変位関係である．解析値は実験値を精度良く捉えているが，case2 に比べ，case1 の方が変形初期において実験値により近い結果を示した．

4. 結論

本研究はたわみ性法が RC フレームの変形挙動を，少ない要素数で精度良く表現することができる可能性を示した．今後は，より複雑な構造物の挙動を追い，その適用性を確認する必要性がある。



$$\{Q\}=\{N_1\ V_1\ M_1\ N_2\ V_2\ M_2\}^T$$

$$\{q\}=\{u\ \ v\ \ \theta\ \ u\ \ v\ \ \theta\}^T$$

図-2　剛体モード

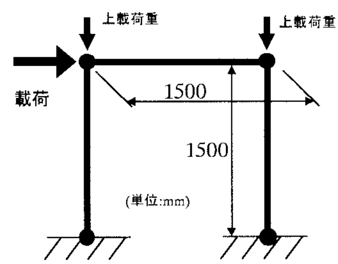


図３　解析モデル

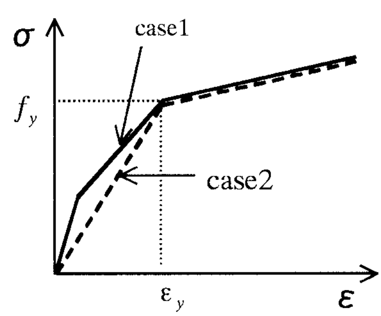


図-4　鉄筋の構成則

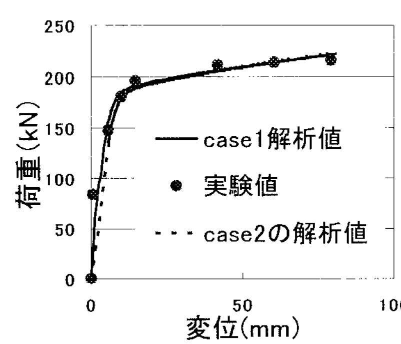


図-5　フレームの解析結果と実験値

参考文献

(1)E.Spacone, V.Ciampi and F.C.Filippou(1996): Mixed formulation of nonlinear beam finite element, Computers and Structures, pp.71-83, Vol.58, No.1.

(2) 藤掛一典・大野友則・西岡隆(1982)：鉄筋コンクリートラーメンのエネルギー吸収容量に関する実験的研究，土木学会論文集第390号，V-8，pp.113-121.