

V-202

軸対称多層弾性構造の解析ソフト AMES の開発

東京電機大学 学生会員 山峯 明哲・山本 和也
東京電機大学 フェロー会員 松井 邦人

1. はじめに

多層弾性構造の解析ソフトとして BISAR, CHEVRON, ELSA 等がある。その中で, BISAR はハンケル変換をベースに解析的に解を誘導しており、軸対象の問題だけでなく、非対称の問題も解くことができる。CHEVRON は応力関数とハンケル変換を用いて解を導いている。これは、軸対称の問題に限定されている。ELSA は基本的に CHEVRON と同じである。

本研究では軸対称問題に限定して、多層弾性構造の解を解析的に求めることである。自ら開発することにより解析上の問題点を理解し、さらに解析ソフトに拡張性を持たせることも可能になる。逆解析に適用する時には、不必要な部分をカットし、計算効率を上げることできる。このような理由により、多層弾性構造の解析ソフト AMES (Analysis of Multi-layered Elastic System) を開発した。基本的には BISAR と同様のハンケル変換を用いている。

2. 理論

軸対称要素上の応力は図1のように表せる。

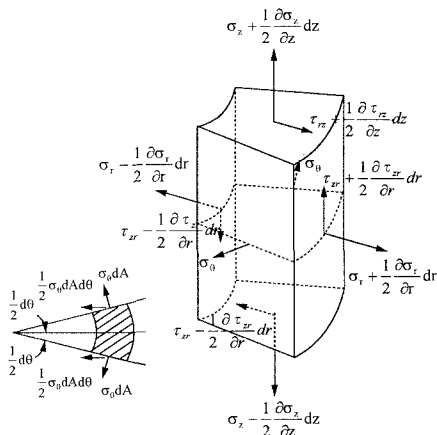


図1 軸対称要素

軸対称問題の円筒座標系における適合条件は下記のようなになる。

$$\nabla^2 \sigma_r - \frac{2}{r^2} (\sigma_r - \sigma_\theta) + \frac{1}{1+\nu} \frac{\partial}{\partial r^2} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \sigma_\theta + \frac{2}{r^2} (\sigma_r - \sigma_\theta) + \frac{1}{1+\nu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) = 0 \quad (2)$$

ここに ν はポアソン比、 ∇^2 はラプラス演算子で

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3)$$

また、I 番目の層と i+1 番目の層の境界では

$$u^i = u^{i+1} \quad v^i = v^{i+1} \quad \sigma_z^i = \sigma_z^{i+1} \quad \tau_{rz}^i = \tau_{rz}^{i+1} \quad (4)$$

表面では半径 $r=a$ 内に荷重 p が等分布していると考える。

最下層では $z=\infty$ において、変位と応力はゼロである。ハンケル変換は解析的に行うことができるが、逆変換は数値積分が必要になる。そこでは、

$$I = \int_0^\infty f(x) dx \quad (5)$$

のように 0 から ∞ までの積分が必要となる。BISAR や CHEVRON ではこの積分を Legendre-Gauss 積分公式を用いて有限の範囲で積分を近似している。

$$I \approx \int_0^R f(x) dx \quad (6)$$

本研究では Legendre-Gauss 積分公式に加えて Laguerre-Gauss 積分公式を用いて ∞ までの積分を行えるようになっている。

$$I \approx \int_0^R f(x) dx + \int_R^\infty f(x) dx \quad (7)$$

3. 例題

表1の多層弾性構造の解析を AMES〔有限範囲〕と AMES〔無限範囲〕で解析を行い、BISARの結果と比較する。FWD 試験で必要となるたわみを表2に示した。

表-1 一般的な多層弾性構造の入力データ

	弾性係数	ポアソン比	層厚(cm)
一層目	35000	0.35	18
二層目	3000	0.35	20
三層目	1500	0.35	20
四層目	600	0.35	∞

Keywords: 多層弾性構造、AMES、BISAR

〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町大字石坂 Tel 0492-96-5731(内線 2734)

表一2 たわみの比較 単位(cm)

D センサー位置	AMES *	BISAR
D0	5.00332E-02	5.00288E-02
	5.00326E-02	
D20	4.51785E-02	4.51859E-02
	4.51783E-02	
D30	4.13527E-02	4.13626E-02
	4.13525E-02	
D60	3.16674E-02	3.16771E-02
	3.16673E-02	
D90	2.46800E-02	2.46858E-02
	2.46803E-02	
D150	1.60274E-02	1.60162E-02
	1.60275E-02	

* AMES欄の上の数値は有限範囲の積分値を
下の数値は無限範囲の積分値を示す。

AMES については、有限と無限まで考慮した。結果の間にほとんど差はない。また、両結果は BISAR の結果とも良く一致している。

表一3 応力の比較 単位(kgf/cm2)

	応力	AMES *	BISAR
1層目 r=0cm z=18cm	σ_r	9.289026E+00 9.282251E+00	9.2920E+00
	σ_θ	9.289026E+00 9.282251E+00	
	σ_z	-1.358894E+00 -1.358374E+00	
	τ_{rz}	0.000000E+00 0.000000E+00	
2層目 r=15cm z=38cm	σ_r	3.963524E-01 3.963523E-01	3.9660E-01
	σ_θ	4.485854E-01 4.485854E-01	
	σ_z	-3.763410E-01 -3.763409E-01	
	τ_{rz}	-1.206911E-01 -1.206912E-01	
3層目 r=60cm z=58cm	σ_r	1.965452E-02 1.965452E-02	1.9880E-02
	σ_θ	1.019359E-01 1.019359E-01	
	σ_z	-9.798136E-02 -9.798136E-02	
	τ_{rz}	-5.760860E-02 -5.760860E-02	
4層目 r=0cm z=58cm	σ_r	2.197464E-02 2.197464E-02	2.2050E-02
	σ_θ	2.197464E-02 2.197464E-02	
	σ_z	-2.143997E-01 -2.143990E-01	
	τ_{rz}	0.000000E+00 0.000000E+00	

* AMES欄の上の数値は有限範囲の積分値を
下の数値は無限範囲の積分値を示す。

表一4 ひずみの比較

	ひずみ	AMES *	BISAR
1層目 r=0cm z=18cm	ϵ_z	-2.246060E-04 -2.244557E-04	-2.247E-04
	ϵ_{rz}	0.000000E+00 0.000000E+00	
	ϵ_r	1.860994E-02 1.859684E-04	
	ϵ_θ	1.860994E-04 1.859684E-04	
2層目 r=15cm z=38cm	ϵ_z	-2.240230E-04 -2.240230E-04	-2.241E-04
	ϵ_{rz}	-5.431102E-05 -5.431105E-05	
	ϵ_r	1.236889E-04 1.236889E-04	
	ϵ_θ	1.471938E-04 1.471938E-04	
3層目 r=60cm z=58cm	ϵ_z	-9.369201E-05 -9.369201E-05	-9.379E-05
	ϵ_{rz}	-5.184776E-05 -5.184776E-05	
	ϵ_r	1.218027E-05 1.218027E-05	
	ϵ_θ	8.623355E-05 8.623355E-05	
4層目 r=0cm z=58cm	ϵ_z	-3.829699E-04 -3.829699E-04	-3.831E-04
	ϵ_{rz}	0.000000E+00 0.000000E+00	
	ϵ_r	1.488723E-04 1.488723E-04	
	ϵ_θ	1.488723E-04 1.488723E-04	

* AMES欄の上の数値は有限範囲の積分値を
下の数値は無限範囲の積分値を示す。

次に応力とひずみ比較を行ない表一3，表一4示した。なお着目した点は各表に示すとうりである。この結果もよく BISAR の結果と一致している。

4. おわりに

研究で使用した理論式の展開には Mathematica を使用した。

今回の研究では、舗装断面を対称として AMES と BISAR で表面たわみ、応力、ひずみを計算し、比較検討している。両者の結果は良く一致している。

しかし、AMES の信頼度を確認するためには、いろいろな舗装断面での比較が必要である。

今後、複数の荷重作用、層間のすべりなどに対応できるように機能の拡張を図る。

参考文献

D.L DE JONG 他；BISAR マニュアル
小国 力；Mathematica の基礎と応用