

中央大学 学生員 堀川 慎司

中央大学 正会員 川原 瞳人

1. はじめに

世界には、様々な土木構造物が存在しており、最適形状解析はそれらを設計するにあたって、とても重要な問題である。本研究では、その中で地下構造物に着目し、掘削時における最適なトンネル形状を決定する問題を取り上げた。一般に、掘削時の最適トンネル形状は円形だといわれているが、掘削位置によっては円形より他に最適な形状があるのではないかと考え、いくつかの条件で解析を試みた。

問題の解法には、畔上らで提案された力法⁽¹⁾を用いた。この方法は、形状修正量が、形状勾配関数を外力とした弾性解析の変位量とするものである。またこれまでに、片峯らがこの方法を用いて流れ場などの解析⁽²⁾を行っている。そこで、本研究ではこの手法を用い、掘削時の最適なトンネル形状を同定することを目的とする。

2. 掘削のモデル化

トンネルの掘削問題を有限要素法で解析するにあたり次の手順で掘削解析を行った。まず自重による地山の初期応力解析を行う。次にその結果から得られる掘削相当外力を掘削境界に荷重として与え、弾性解析を行う。ここで求まった応力から最小主応力を計算し、その値を次の評価関数のところで検討する。

3. 評価関数

$$J = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\sigma_m - \sigma_m^*) (\sigma_m - \sigma_m^*) d\Omega \quad (1)$$

この問題を取り扱う際に、評価関数を(1)のようになどに設定した。ここで σ_m 、 σ_m^* はそれぞれ最小主応力、規定したい最小主応力を表すものである。実際には、全要素のうち最小主応力が負の値をとるものだけとりだし、その要素における最小主応力と規定最小主応力との残差二乗和をとっている。ここで、規定最小主応

キーワード：最適形状解析、力法、有限要素法

力は0に設定する。つまり、ある要素で最小主応力が負の場合、その要素には引張り応力が発生していることになり、地盤が引張り応力に弱いことに着目し、その引張り応力を減らそうではないかというのがこの評価関数の意味するところである。

4. 力法

本研究では、Lagrange 乗数法を用いた。今回、Lagrange 関数にはトンネルの面積を一定にする拘束条件が組み込まれている。また、領域変動に対する Lagrange 関数 L の導関数 \dot{L} を速度法⁽¹⁾により求め、 $\dot{L} = 0$ と置くことにより、Lagrange 関数しが停留するための必要条件式が得られる。これらを解くことにより、領域変動に対する感度（形状勾配関数）が得られる。ここで、力法とは負の形状勾配関数の比例した値を設計境界に外力としてかけ、弾性解析を行い、その変位量を形状修正量とするものである。

5. 数値解析例

本報告では、地盤を線形弾性体と仮定した3つのモデルで解析を行い、それぞれの掘削時における最適なトンネル形状を求めた。また、全数値解析例において、初期トンネル形状の面積と、最終トンネル形状の面積は一定に保たれている。また、入力パラメータはヤング係数を 30000 (KN/m²)、単位体積重量を 18.0 (KN/m³)、ポアソン比を 0.33 とした。

Case.1

この数値解析例では、初期トンネル形状を四角形で与えた。ところが、図2から最終形状が円形に収束していることが確認できる。また図3より、評価関数、すなわち引張り応力が減少していることから、解析後の方が、地盤状態が良くなっていることがいえる。このことから一般的に掘削時における最適なトンネル形

状は、円形ではないかと考える。また図4では、面積が一定に保たれていることが確認できる。

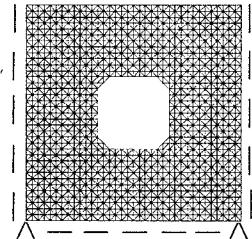


図1. 初期形状

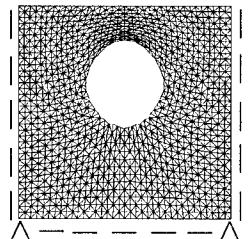


図2. 最終形状

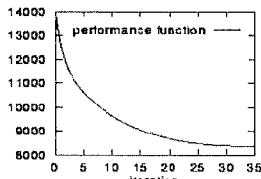


図3. 評価関数

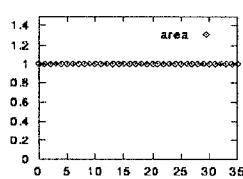


図4. 面積比

Case.2

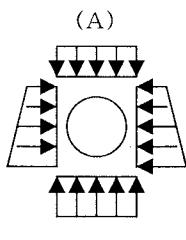
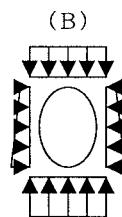
 $K_0=1.0$  $K_0=0.3$

図5. 静止土圧係数による最適トンネル形状

ここでは、条件によっては、円形より他に最適な形状があるものと考え、静止土圧係数 K_0 に着目した。トンネル掘削位置によって静止土圧係数は異なる。例えば静止土圧係数が小さい値をとる場合、すなわち水平方向の力が鉛直方向の力に対して小さい場合、図5

(B) から最適な形状は、縦に長い楕円形になることが予想できる。そこで、この数値解析例では静止土圧係数を0.3として解析した。

図6から、滑らかではないが最終トンネル形状が縦に長い楕円形に収束していることが確認できた。

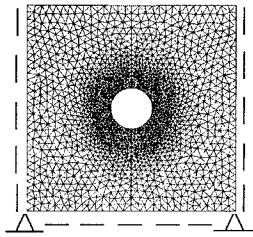


図6. 初期形状

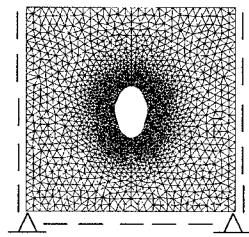


図7. 最終形状

Case.3

この数値解析例では、地盤の地表面が水平でない場合を考えている。図8から初期トンネル形状を円形で与えているが、図9から最終トンネル形状が地表面に少し沿った形状に収束していることが確認できる。

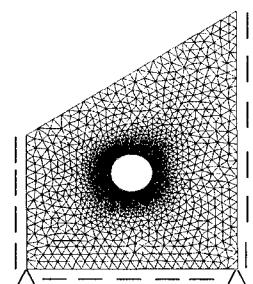


図8. 初期形状

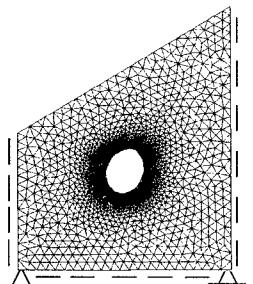


図9. 最終形状

6. おわりに

本研究では、線形弾性体の最適形状問題を、掘削におけるトンネル形状を例にとり解析を行った。また数値解析例から、いくつかの円形でない最適トンネル形状が確認できた。

今後の課題として、時間項の考慮、三次元への拡張などを考えている。

参考文献

- (1)畔上、“領域最適化問題の一解法” 日本機械学会論文集(A編)、60巻574号(1994-6)。
- (2)片峯、畔上、“流れ場・熱伝導場における形状決定問題の解法” 第12回 数値流体力学シンポジウム(1998)、pp511-512。