

## III-A427 杭の水平地盤反力係数の逆解析に関する予備的考察

美濃加茂市役所 正員 酒向一也  
岐阜大学工学部 正員 本城勇介  
運輸省港湾技術研究所 正員 菊池喜昭

## 1 研究目的

最近、性能設計の導入や限界状態設計法の普及により、杭基礎の設計において変位や破壊の予測精度への要求が益々高まってきた。本研究では、菊池ら<sup>1)</sup>（1992）の行った運輸省港湾技術研究所の杭の横方向載荷試験結果を用いて逆解析を行い、地盤反力係数の推定を行うとともに、逆解析の問題を明確にし、この問題に相応しい逆解析手法を探し、より大規模な多量のデータを用いた地盤反力係数を推定するための逆解析の予備的考察を行うことである。

## 2 研究方法

## 2.1 手順

- 1) 弹性支承上の梁モデルを有限要素法によるプログラム化し、港研方式による地盤反力係数を修正したものを導入した。
- 2) 計測されている曲げモーメント分布を計測値と比較し、その残差二乗を最尤法の目的関数する。推定しようとするパラメータより構成される平面上に目的関数のコンター図を書き、問題の不適切性、解の安定性を視覚的に捕らえることを試みた。
- 3) 問題の性質を知った上で、逆解析の代表的な方法である特異値分解法、北川の方法、拡張ベイズ法で、問題の適切化をはかる。
- 4) また、計測値に意図的に誤差を付加し、各々解法の性質について考察した。
- 5) 各々の解法と、解の性質等について総合的に考察し、杭の地盤反力係数を推定に用いるべき逆解析の適切化法について議論した。

## 2.2 観測データとモデルの設定

本研究で用いたデータは、菊池ら（1992）によって行われた土槽内での杭の水平載荷実験（図-1）である。菊池らは実験結果に基づき、港研方式型地盤による地盤反力係数を推定している。港研方式による地盤反力係数は、次のように与えられる。

$$k_h = \frac{1}{2} k_s x y^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

ここに、 $k_s$ は港研方式S型地盤の地盤反力係数

(kgf/cm<sup>3.5</sup>)、 $x$ は鉛直深度(cm)、 $y$ は杭の水平変位(cm)である。本研究ではこれを、

$$k_h = \alpha k_s x y^{\alpha-1} \quad (2)$$

とおく。従ってこのモデルは、 $k_s$ と $\alpha$ の2つのパラメータを持ち、これを2軸とする平面におけるコンターを描き、その上に求めた逆解析の解をプロットすることで、逆解析の問題と解の存在を視覚的に捕らえることを可能にした。菊池らは $k_s=0.2$ (kgf/cm<sup>3.5</sup>)、 $\alpha=0.5$ を実験の杭頭変位より推定値としている。

## 2.3 逆解析の解法

## 2.3.1 最小二乗法

最尤法（最小二乗法）の評価関数は次式である。

$$J_1 = (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}))^T V_{\epsilon}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})) \quad (3)$$

ここに、 $\mathbf{y}$ は計測値ベクトル、 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$ は計算値ベクトル、 $V_{\epsilon}$ は誤差 $\epsilon$ の分散・共分散行列であり、ここで単位行列を用いる。そしてその解は、この目的関数を最小にする $\boldsymbol{\theta}$ の値である。この論文で示すコンター図は全てこの評価関数による。

## 2.3.2 特異値分解法

## ・最小ノルム解

最小二乗解における計算データの微分により、非線形問題における観測行列を求め、これを特異値分解し適切化した解。許容される解空間のうち、線形化した点から最も近い値である（図-2）。

## ・北川の解

最小ノルム解と同様、特異値分解を用いる。解は許容される解空間のうち、事前情報から最も近い値である（図-2）。

## 2.3.3 拡張ベイズ法

観測データと事前情報を考慮し、その2つの情報間の重み付けを調整することで、解を求める方法。その評価関数は次の式により与えられる。

$$J_2 = (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}))^T V_{\epsilon} (\mathbf{y} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})) + \lambda^2 (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*)^T V_{\theta} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^*) \quad (4)$$

ここに、 $\lambda^2$ は正のスカラー値であり重み調整のパラメータであり、 $V_{\theta}$ は誤差 $\theta$ の分散・共分散行列である。そして、 $\lambda^2$ の大きさを赤池ベイズ情報量規準(ABIC)により決定する。

### 3 結果の考察

- 1)  $J_1$  のセンターはこの問題の不適切性を示す。
- 2) 特異値分解により得られる小さい特異値は、解に大きな影響を与える。ノイズと思われる小さい特異値は、削除する（図-3）。
- 3) 北川の方法は、特異値の削除時、実測値のノイズを付加した場合においても、安定した解が得られた（図-3）。
- 4) 拡張ベイズ法は、 $\lambda^2$  が大きくなるほど事前情報に引き寄せられる。また、そのときに解の描く曲線は、非線形最適化のときのマルカート法による収束曲線<sup>2)</sup>である（図-4）。
- 5) ノイズを添付すると、最小二乗解は不安定に動き、北川の解はほぼ変化せず、拡張ベイズ解は、次第に事前平均値に近づく。

## 参考文献

- 1) 菊池 喜昭他：「繰返し水平荷重下で変形する砂地盤中の杭の挙動」港湾技術研究所報告 第31巻 第4号 1992
- 2) 中川・小柳：最小二乗法による実験データ解析 東大出版会 1982

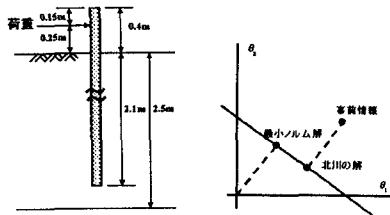


図-1 杭の設置状況

図-2 解の概念図

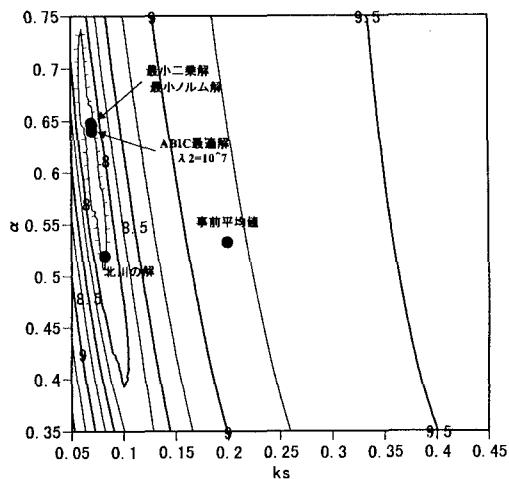


図-3 最小二乗解、特異値分解、北川の解

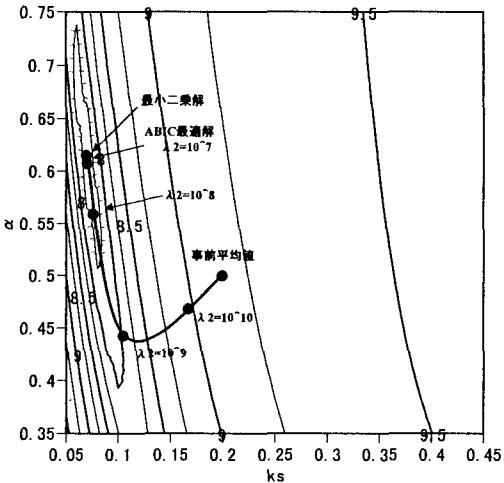


図-4 拡張ベイズ法の解

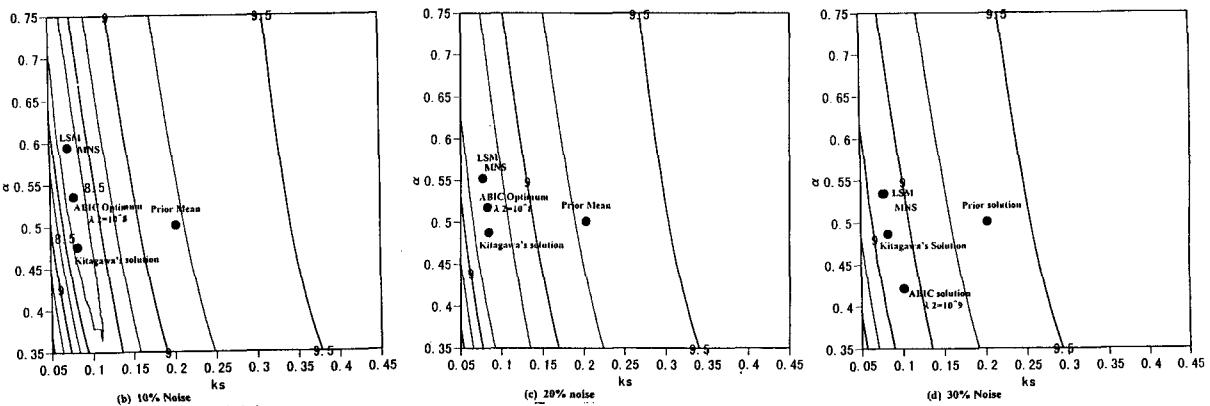


図-5 ノイズの付加による各解の変化