

Ⅲ-A332

AICを用いた亀裂サイズ分布推定手法の精度改善について

(株)竹中工務店 技術研究所 正会員 重野 喜政

1. はじめに 亀裂特性を確率論的にモデル化する亀裂ネットワークモデルにおいて、亀裂サイズ分布の推定は重要な過程の1つである。亀裂サイズ分布の推定には、トレースサンプリングの模擬で得られるトレース長分布を用いる手法がある¹⁾。この手法は、次の点で優れている。①事前のバイアス補正が不要である。②様々なサンプリング状況に適用できる。しかし、パラメータ推定と分布選択に適合度を用いる点を取り扱いにくい。そこで、より取り扱いやすいAICを用いた推定手法を開発した。著者は文献2において、手法の精度を調べたが、一部十分な結果が得られなかった。本論文では、手法の概要と精度の改善について述べる。

2. AICを用いた亀裂サイズ分布推定手法と精度を求めるための数値試験 開発した手法の流れを以下に示す。尚、亀裂形状は円盤であると仮定する。①事前に求めた分布に従い、方向、中心を発生する。②サイズ分布を仮定し、半径を発生する。③トレースサンプリングを模擬し、トレース長の相対度数密度を求める。④相対度数密度をPDFとみなし、トレース長の実測値から対数尤度を計算する。⑤分布パラメータの最尤推定量を求める。⑥複数の分布モデルについて調べ、AICにより最適なモデルを選択する。本手法には、PDFの近似による誤差が最尤点を求めるための障害となる問題がある。特にパラメータを連続的に変化させると最尤点を求めるのが難しいため、離散的に探索する。具体的には、平均と標準偏差をトレース長の精度分変化させたグリッドを作成し、その上で最尤点を求める。以降このグリッドを探索グリッドと呼ぶ。

文献2では指数分布と対数正規分布について、模擬トレース標本を作成し、亀裂サイズ分布の母数(平均と標準偏差)を推定することにより、本手法の推定精度を調べた。同じ条件を用いて、精度上問題があった対数正規分布について再検討を行う。模擬トレース標本作成に用いた亀裂の幾何学的性状を表1に示す。亀裂の方向分布に関しては、前回分布による推定精度の差が見られなかったので、走向を坑道に対して直行、傾斜方向を鉛直に固定する。サンプリング面とサンプリング法に関する条件を表2に示す。

表1 模擬トレース標本用の亀裂幾何学的性状

要素	分布形	分布パラメータ	
サイズ	対数正規分布	(平均, 標準偏差)	(1.0, 0.5), (1.5, 0.5)
		m	(2.0, 0.5), (1.0, 1.0)
方向	固定	(傾斜 方向, 傾斜)	(1.5, 1.0), (2.0, 1.0)
中心	一様分布	発生範囲	(0, 90)
			10mのブロック内

表2 トレース面とトレースサンプリング法

トレース面	断面形	矩形
	大きさ	幅5 m, 高さ5 m, 区間50m
サンプリング法	トランケーション長サンプリング法	1.5 m
		3面に渡るトレース長を測定

注)スウェーデンHRLの坑道におけるサンプリングを模擬

3. 最尤点探索グリッド 文献2では、亀裂サイズ分布のトランケーション前の平均と標準偏差から探索グリッドを作成した。その結果、一部のパラメータで十分な推定精度が得られなかった。これは、トランケーションによるサイズ分布の平均と標準偏差の変化を考慮しなかったためであることがわかった。以降、トランケーション前の亀裂サイズ分布の平均と標準偏差を μ , σ 、トランケーション後を μ' , σ' とし説明する。

$\mu=0.3\sim 4.0\text{m}$, $\sigma=1.0\text{m}$ の対数正規分布を0.75m(トレースのトランケーション長の1/2)でトランケーションした時の μ' , σ' を図1に示す。図から $\mu \leq 1.7\text{m}$ で μ' が、 $\mu \leq 0.9\text{m}$ で σ' が変化しており、分布が変化していることが分かる。文献2で推定精度が悪かった $\mu=1.0\text{m}$ 付近では、 μ' が同じ様な値になっている。特に、 $\mu=1.0\sim 1.5\text{m}$ 付近では、 σ' が変化していないため、トランケーション後の亀裂サイズ分布が類似した分布となる。その結果、トレース長分布も類似した分布となり、推定精度が悪かったと考えられる。このことから、探索グリッドは、トランケーション後の平均と標準偏差を用いて作成する必要があることがわかる。

対数正規分布において、トランケーション後の平均と分散は次式で表される。

岩盤、節理、統計的解析

〒270-1395 千葉県印西市大塚1-5-1 竹中工務店技術研究所 Tel 0476-47-1700 Fax 0476-47-3060

$$\begin{aligned}\mu' &= \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi} \int_a^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-(\lambda+\xi^2)}{\xi}\right)^2\right\} dy \right] \exp\left(\lambda + \frac{1}{2}\xi^2\right) \\ \sigma'^2 &= \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi} \int_a^\infty \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-(\lambda+2\xi^2)}{\xi}\right)^2\right\} dy \right] \exp(\lambda + \xi^2) - \mu'^2\end{aligned}\quad (1)$$

ここに、 y は亀裂半径の自然対数、 λ と ξ は対数正規分布のパラメータ、 a はセンサリング長の1/2である。 μ' 、 σ' から分布パラメータを求めるには、式(1)を λ 、 ξ について解くことになる。式(1)を解くにあたり、 $\lambda + \xi < a$ という制限を設ける。この制限は、亀裂半径の対数を取った正規分布上で、トランケーション長が平均+標準偏差を越えないことを意味する。この制限を設けるのは、次の2つの理由による。①亀裂サイズの乱数を大多数捨てることになり実用的ではない。②対数正規分布の分布形上の特徴を利用しないことになり、対数正規分布を用いる利点なくなる。式(1)の解法には、誤差の2乗和を目的関数とすれば、条件付き非線形最適化問題と見なせるので、逐次2次計画法を用いることにする。

4. 結果 文献2の数値試験で模擬標本を作成するために用いた亀裂サイズ分布の平均と標準偏差のトランケーション後の値を表3に示す。 $\mu 2.0 \sigma 0.5$ 、 $\mu 2.0 \sigma 1.0$ 、 $\mu 1.5 \sigma 0.5$ の3つは、トランケーションの影響をほとんど受けておらず、これらのパラメータの周辺も影響をほとんど受けていない。従って、 μ' と σ' の探索グリッドで推定精度の再計算をしてもほとんど結果は変わらないと考えられるので、再計算の対象としない。 $\mu 1.5 \sigma 1.0$ 、 $\mu 1.0 \sigma 0.5$ 、 $\mu 1.0 \sigma 1.0$ については、それぞれのトランケーション後の平均と標準偏差を用いて、 $\mu 1.7 \sigma 1.0$ 、 $\mu 1.2 \sigma 0.5$ 、 $\mu 1.6 \sigma 1.1$ として推定精度の再計算を行う。

改良前の母平均のMLE(最尤推定量)に対する変動係数を図2に、改良後の母平均のMLEに対する変動係数を図3に示す。再計算した3つのパラメータの変動係数は、いずれも小さくなっており、推定精度が改善されている。また、いずれのパラメータも同程度の値であり、パラメータによって極端に推定のばらつきが大きい状況は見られなくなった。標本数の変化に対しては、主観的ではあるが、40~50本で変動係数のカーブが緩やかになっており、この程度の標本数があれば、ある程度の推定精度が得られると言える。

5. まとめ 亀裂サイズ分布の推定手法として、トレースサンプリングの模擬により得られるトレース長の相対度数密度をPDFとみなし、AICにより分布を選択する手法を開発した。サイズ分布が対数正規分布の場合に推定精度上の問題があったが、最尤点探索グリッドを亀裂サイズ分布のトランケーション後の平均と標準偏差で作成することにより推定精度が向上し、本手法の有効性を確かめることができた。今後は、ガンマ分布についても同様の改良を行う。

参考文献

- 1) Dershowitz W. S. et al., Discrete fracture modeling for the Stripa site characterization and validation drift inflow predictions, SKB Stripa Project TR91-23 (1991)
- 2) 重野喜政, モンテカルロ法を用いた割目サイズ分布推定手法の精度について, 第33回地盤工学研究発表会, pp1235-1236(1998)

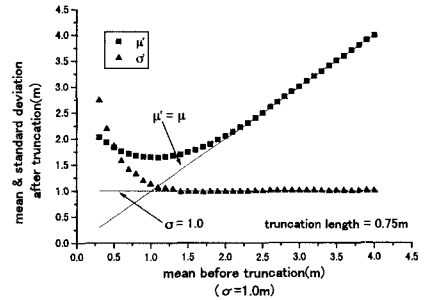


図1 トランケーションによるサイズ分布の統計量の変化($\mu=0.3\sim 4.0\text{m}$, $\sigma=1.0\text{m}$)

表3 トランケーションによるサイズ分布の統計量の変化(精度チェック点)

トランケーション前		トランケーション後	
μ (m)	σ (m)	μ' (m)	σ' (m)
2.0	0.5	2.00	0.50
2.0	1.0	2.05	0.99
1.5	0.5	1.52	0.49
1.5	1.0	1.74	0.99
1.0	0.5	1.24	0.47
1.0	1.0	1.65	1.13

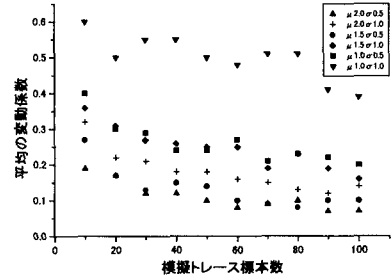


図2 母平均のMLEの変動係数 (改良前)

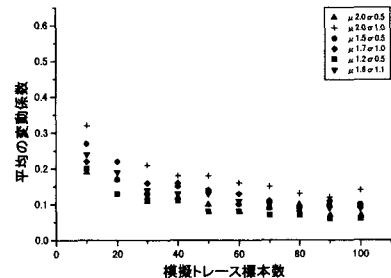


図3 母平均のMLEの変動係数 (改良後)