

Ⅲ-A303

浸透に関する模型実験の相似則

大阪市立大学 東田 淳

まえがき 本報告は、 $1/n$ 縮小模型を用いた1G場とnG場の遠心場での破壊や動的問題を含む浸透実験の相似則とその緩和について著者の考えを述べたものである。本報告のメインテーマは、浸透と破壊の静的連成問題の相似則成立のために、1G場とnG場で水の $n^{1/2}$ 倍、 n 倍粘性を持つ溶液を用いるというアイデアを提示することである。このアイデアと相似則の証明は著者の知る限り、これまで報告されていない。なお、以下で F 、 $L(h)$ 、 v 、 G 、 t 、 ρ 、 S は力、長さ(高さ)、速度、加速度、時間、密度、表面張力の代表値を、また $*$ 付きが相似比(原型/模型)、ダッシュ付きが模型スケールをそれぞれ表す。相似則の導き方は文献1)によった。

地盤の破壊を伴わない静的浸透問題

(1) 支配物理法則(層流、飽和を仮定)

a) 支配法則: 浸透力、表面張力、重力の3つ。慣性力は層流なので無視する。

b) 支配法則の数式化

・浸透力 $F_F = \Delta u_w A$: ダルシー則 $v = ki = kh/L = k(\Delta u_w / \gamma_w) / L$ (γ_w は1G場の水の単位体積重量) $\rightarrow \Delta u_w = (vL/k) \gamma_w \rightarrow F_F = (vL/k) \gamma_w A = (vL/k) \gamma_w L^2 = (vL^3/k) \gamma_w$ ・表面張力 $F_S = 2\pi RS = \pi R^2 \gamma_w h \rightarrow F_S = RS$: (R は毛管の半径) ・重力 $F_G = \rho GL^3$

c) π ナंबरと相似則

π ナंबरは、 $\pi_1 = F_F / F_G = \{(v^* L^3 / k^*) \gamma_w^* / (\rho^* G^* L^3)\} = (v^* \gamma_w^*) / (k^* \rho^* G^*)$ —①、 $\pi_2 = F_S / F_G = R^* S^* / (\rho^* G^* L^3)$ —②。相似則は、①より $(v \gamma_w) / (k \rho G) = (v^* \gamma_w^*) / (k^* \rho^* G^*)$ —①'、②より $RS / (\rho GL^3) = R^* S^* / (\rho^* G^* L^3)$ —②'。

(2) 1G場の相似則

a) 模型と原型で同一の土と水を使用すると、 $\rho^* = G^* = k^* = S^* = \gamma_w^* = 1$ 。①'より $v = v^*$ 。②'は飽和のみを考慮して無視。よって $v = v^*$ が相似則。 $\rightarrow L/t = L^*/t^* \rightarrow t/t^* = L/L^* = n$ 。すなわち、模型の浸透時間などは $1/n$ となる。

b) ②'を無視できない場合の例

大口径埋設管の液状化時の浮上防止対策として水位低下工法を1G場で実験したい $\rightarrow$ 1G場の実験不可能²⁾。 $\therefore F_S = 2\pi RS = \pi R^2 \gamma_w h$ より、毛管上昇高さ $h = 2S / (R \gamma_w)$ は $1/n$ 模型でも原型と同じ。

(3) nG場の相似則

a) $\rho^* = k^* = S^* = \gamma_w^* = 1$ 。 $G^* = 1/n$ 。①'より $v/G = v^*/G^*$ 。②'は飽和のみを考慮して無視。よって、 $v/v^* = G/G^* = 1/n$ が相似則。 $\rightarrow v^* = nv \rightarrow L^*/t^* = nL/t \rightarrow t/t^* = nL/L^* = n^2$ 。よって、浸透時間など時間に絡む量は全て $1/n^2$ となる。

b) ②'を無視できない場合の対策

②'の $RS / \rho GL^3 = R^* S^* / (\rho^* G^* L^3)$ において同一の土使用により $R^* = S^* = \rho^* = 1$ 、 $G^* = 1/n$ 、 $L^* = n$ 。よって $(L/L^*)^3 = G^*/G$ となり相似則不成立。 $\rightarrow$ 不飽和浸透問題は実験不可能。

・対策その1: 浸透現象が飽和地盤のみで生じるとする(相似則緩和法のうちの空間区分)と、毛管上昇高さ h は h/n となり、相似則を満足し、模型実験可能³⁾となる。

・対策その2: 水の代わりに $S' = S/n^2$ の液体($\rho^* = \gamma_w^* = 1$)を使用する。この時 $RS / \rho GL^3 = R^* S' / (\rho^* G^* L^3)$ において $R^* = \rho^* = 1$ 、 $S^* = n^2$ 、 $G^* = 1/n$ 、 $L^* = n$ を代入すれば相似則成立。ただし、 $S' = S/n^2$ の液体はまだ見つかっていない。

浸透と破壊の静的連成問題

(1) 支配物理法則

この問題では、レイノルズ数とフルード数が同時には満足されないで、浸透によって地盤が破壊するまでは模型実験可能だが、地盤が破壊したり、浸透流によって土塊が運ばれるような問題(慣性力、粘性力、重力の3つが同等に関係する問題)については相似則不成立のため、相似則の緩和が必要である。

a) 支配法則

・滑動力 $F_D = \rho GL^3$ (= 重力 $F_G = \rho GL^3$) ・抵抗力 $F_R = (c + \sigma \mu) L^2$: $\mu = \tan \phi$ ・浸透力 $F_F = \Delta u_w A = (vL^3/k) \gamma_w$ ・表面張力 $F_S = RS$ ・慣性力 $F_I = \rho L^4/t^2$

b) π ナंबरと相似則

$\pi_1 = F_R / F_D = \{(c^* + \sigma^* \mu^*) L^2\} / (\rho^* G^* L^3) = (c^* + \sigma^* \mu^*) / (\rho^* G^* L^*)$ —①、 $\pi_2 = F_F / F_D = \{(v^* L^3 / k^*) \gamma_w^* / (\rho^* G^* L^3)\} = (v^* \gamma_w^*) / (k^* \rho^* G^*)$ —②、 $\pi_3 = F_S / F_D = R^* S^* / (\rho^* G^* L^3)$ —③、 $\pi_4 = F_I / F_D = (\rho^* L^4 / t^{*2}) / (\rho^* G^* L^3) = L^* / (t^{*2} G^*)$ —④。相似則は①より $(c + \sigma \mu) / (\rho GL) = (c^* + \sigma^* \mu^*) / (\rho^* G^* L^*)$ —①'、②より $(v \gamma_w) / (k \rho G) = (v^* \gamma_w^*) / (k^* \rho^* G^*)$ —②'、③より $RS / (\rho GL^3) = R^* S^* / (\rho^* G^* L^3)$ —③'、④より $L / (t^2 G) = L^* / (t^{*2} G^*)$ —④'。

キーワード: 模型実験、浸透、相似則、連成問題、地盤の破壊、動的問題、遠心実験、1G場実験

連絡先: 大阪市住吉区杉本3-3-138、大阪市立大学工学部土木工学科、東田 淳 (Tel & Fax 06-6605-2725)

(2) 1G場の相似則

a) ①: $c^* = \mu^* = G^* = \rho^* = 1$, $L^* = n$, $\sigma^* = n$ より, $(c + \sigma\mu)/(\rho GL) = (c' + \sigma'\mu')/(\rho' G' n L) \rightarrow c$ 材料と c - ϕ 材料は相似則不成立。 ϕ 材料は相似則成立。②: $\gamma_w^* = k^* = \rho^* = G^* = 1$ より, $(v\gamma_w)/(k\rho G) = (v'\gamma_w')/(k'\rho' G') \rightarrow v = v'$ が相似則。 $L/t = L'/t'$ より, $t/t' = L/L' = n$ 。③: $R^* = S^* = G^* = \rho^* = 1$, $L^* = n$ より $RS/(\rho GL^3) = R'S'/(\rho' G' n^3 L^3) \rightarrow$ 相似則不成立。飽和のみを対象にすることにより無視。④: $G^* = 1$, $L^* = n$ より $L/(t^2 G) = nL'/(t'^2 G') \rightarrow (t/t')^2 = n$ 。 $t/t' = n^{1/2}$ 。②' $\neq$ ④'で相似則不成立。

b) 対策

②④'を一致させるため、 $n^{1/2}$ 倍粘性の溶液($\rho^* = \gamma_w^* = 1$)を使用し、 $k^* = n^{1/2}$ にする。②'に $\gamma_w^* = \rho^* = G^* = 1$ 、 $k^* = n^{1/2}$ を代入すると、 $(v\gamma_w)/(k\rho G) = (v'\gamma_w')/(k'n^{1/2}\rho' G') = 1/n^{1/2} \cdot (v'\gamma_w')/(k'\rho' G') \rightarrow v = v'/n^{1/2}$ が相似則。 $L'/t' = L/(tn^{1/2})$ より、 $t/t' = n^{1/2}$ となり、④'と一致。ただし ϕ 材料のみ。

(3) nG場の相似則

a) ①: $c^* = \mu^* = \rho^* = \sigma^* = 1$, $G^* = 1/n$, $L^* = n$ より $(c + \sigma\mu)/(\rho GL) = (c' + \sigma'\mu')/(\rho' G' n \cdot nL) = (c' + \sigma'\mu')/\rho' G' L \rightarrow$ 相似則成立。②: $\gamma_w^* = k^* = \rho^* = 1$, $G^* = 1/n$ より, $(v\gamma_w)/(k\rho G) = (v'\gamma_w')/(k'\rho' G'/n) = n(v'\gamma_w')/(k'\rho' G') \rightarrow v = nv'$ が相似則。 $L'/t' = nL/t$ より、 $t/t' = nL/L' = n^2$ 。③: $R^* = S^* = c^* = \rho^* = 1$, $G^* = 1/n$, $L^* = n$ より $RS/(\rho GL^3) = R'S'/(\rho' G'/n \cdot n^3 L^3) = (R'S'/\rho' G' L^3)/n^2 \rightarrow$ 相似則不成立。④: $G^* = 1/n$, $L^* = n$ より $L/(t^2 G) = nL'/(t'^2 G'/n) = n^2 L'/(t'^2 G') \rightarrow (t/t')^2 = n^2$ 。 $t/t' = n$ 。以上より②④'の相似則は同時には成立しない。また③'も同一の土、水を使用する場合は成立しない。

b) 対策

・その1: 地盤が破壊する前と後に分け、破壊するまでを模型化する。④'を無視でき、②'が相似則となる。また、現象は飽和部分がメインとし④'、飽和のみを対象にして③'を無視する(緩和法の空間区分)。

・その2: ②④'の相似則不成立を解決するため、 n 倍粘性溶液($\rho^* = \gamma_w^* = 1$)を使用する。②'に $\gamma_w^* = \rho^* = 1$, $k^* = n$, $G^* = 1/n$ を代入すると、 $(v\gamma_w)/(k\rho G) = (v'\gamma_w')/(nk'\rho' G'/n) = (v'\gamma_w')/(k'\rho' G') \rightarrow v = v'$ が相似則。 $L/t = L'/t'$ より、 $t/t' = L/L' = n$ 。よって、④'との矛盾は解消し、相似則が成立する。③'は $S = S/n^2$ の溶液を用いればOKであるが、今の所無いので、飽和のみを対象とし③'を無視する。

浸透と破壊の動的連成問題

(1) 支配物理法則

a) 支配法則

・慣性力 $F_I = \rho L^4/t^2$ ・Hookeの弾性法則 $F_E = \epsilon EL^2$ (ϵ : ひずみ、 E : ヤング率)・減衰頂 $F_H = \rho L^4 H/t^2$ (H : 減衰定数)・重力($=$ 滑動力 $F_G) = \rho GL^3$ ・浸透力 $F_F = \Delta u_w A = (vL^3/k)\gamma_w$ ・表面張力 $F_S = RS$

② π ナンバーと相似則

$\pi_1 = F_I/F_E = \rho^* L^{*2}/(\epsilon^* E^* t^{*2})$ —①、 $\pi_2 = F_I/F_H = 1/H^*$ —②、 $\pi_3 = F_I/F_G = L^*/(G^* t^{*2})$ —③、 $\pi_4 = F_I/F_F = \rho^* k^*/(t^* \gamma_w^*)$ —④、 $\pi_5 = F_I/F_S = \rho^* L^{*4}/(t^{*2} R^* S^*)$ —⑤。

(2) 1G場の相似則

同一材料を使用するとして、 $\epsilon^* = E^* = \rho^* = H^* = \gamma_w^* = k^* = R^* = S^* = G^* = 1$ 。この時①より $L^* = t^*$ —①'、②より相似則成立、③より $L^* = t^{*2}$ —③'、④より $t^* = 1$ —④'、⑤より $L^{*2} = t^*$ —⑤'。 $L^* = n$ より、①'、③'~⑤'を同時に満足するのは $n=1$ の時のみ $\Rightarrow$ 相似則不成立。

(3) nG場の相似則

a) 同一材料を使用するとして、 $\epsilon^* = E^* = \rho^* = H^* = \gamma_w^* = k^* = R^* = S^* = 1$, $G^* = 1/n$ 。この時、①より $L^* = t^*$ —⑥'、②より相似則成立、③より $L^* = G^* t^{*2} = 1/n \cdot t^{*2}$ —⑧'、④より $t^* = 1$ —⑨'、⑤より $L^{*2} = t^*$ —⑩'。 $L^* = L/L' = n$ より、⑥'⑧'は $t^* = t'/t' = n$ 、⑨'は $t^* = 1$ 、⑩'は $t^* = n^2$ となり、相似則は同時には満足されない。 $\rightarrow$ 相似則の緩和が必要。

b) 対策

すでに各研究機関が実施しているように、シリコンオイル、グリセリン溶液、メトロース溶液³⁾⁵⁾等の n 倍粘性溶液($\rho^* = \gamma_w^* = 1$)を使用する。④に $\rho^* = \gamma_w^* = 1$, $k^* = n$ を代入すると、 $\pi_4 = F_I/F_F = \rho^* k^*/(t^* \gamma_w^*) = k^*/t^* = n/t^* = 1 \rightarrow t^* = n$ 。よって、⑥'⑧'⑨'は $t^* = t'/t' = n$ となり一致。⑩'は飽和地盤のみを対象とすれば無視できる。不飽和地盤を含む場合は、 $S^* = n^2$ の溶液を使用する必要がある。

参考文献

- 1) 江守他, 模型実験の理論と応用, 技法堂。
- 2) 東田他, 下水道用大口径ポリエチレン管の液状化時の浮上防止対策工(1G場振動実験), 33回地盤工学会, 1998。
- 3) 東田他, 地盤が液状化した時の大口径ポリエチレン管の動的挙動に関する遠心実験, 53回土木学会年講, 1997。
- 4) 東田他, 二次元泥水掘削溝の安定解析, 砂地盤に築造される泥水掘削溝の三次元遠心模型実験, 土木学会44回年講, 1989。
- 5) 東田他, 下水道用大口径ポリエチレン管の液状化時の浮上防止対策工(動的遠心実験), 33回地盤工学会, 1998。