

## III-A245 等価介在物法を用いた逆解析による応力ひずみ関係の取得手法

筑波大学 正員 亀田 敏弘

## はじめに

土は自然界にもともと存在するものであるため組成が様々である。土の挙動を予測する場合、まず構成則を構築し、用いた幾つかのパラメータを実験により決定することが既往の手法であるが、ある土の挙動を良好に再現できる構成則が他の土にも適用できるかはかならずしも保証できないのが実状である。等価介在物法を応用することにより、構成則が未知の場合において、変位場と境界条件から内部の応力場を求めることが可能となるため、画像解析を用いて得られる変位場情報をもとに、土の非弾性変形も考慮した応力場を求めることが可能となる。この一連の手法により、ひずみと応力の対応関係が得られるので、構成則を仮定することが不要となる。

## 定式化

等価介在物法により、応力ひずみ関係は一般に次のように表すことができる。

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) \quad (1)$$

ここで  $\sigma, \epsilon, \epsilon^*$  はそれぞれ応力、ひずみ、非弾性ひずみ (eigen strain) である。釣り合い式  $\sigma_{ij,j} = 0$  を用いると、次式を得る。

$$\sigma_{ij,j}^* = \sigma_{ij,j}^v \quad (2)$$

ここで  $\sigma_{ij}^* = C_{ijkl}\epsilon_{kl}^*$ ,  $\sigma_{ij}^v = C_{ijkl}\epsilon_{kl}$  である。平面ひずみ場において、ダイレタンシーに関して定数  $k$  を用いて  $\epsilon_{12} = k(\epsilon_{11}^* + \epsilon_{22}^*)$  と仮定すると解くべき方程式は次のようになる。

$$\sigma_{11,11}^* + \sigma_{11,22}^* = \sigma_{11,11}^v - \sigma_{22,22}^v - k\sigma_{12,22}^v \quad (3)$$

$$\sigma_{12,11}^* + \sigma_{12,22}^* = \sigma_{12,11}^v + \sigma_{12,22}^v + \sigma_{11,12}^v + \sigma_{22,12}^v - k\sigma_{12,12}^v \quad (4)$$

式(3)、(4)はそれぞれ境界での  $\sigma^*$  ( $= \sigma^v - \sigma$ ) を境界条件とした、 $\sigma_{11}^*, \sigma_{12}^*$  の Poisson's 方程式であるので数値的に解くことができる。

## 数値実験例

図1に示す問題をFEMにより解いて得られた結果(順解析)と順解析によって得られた変位場と境界条件のみから本手法を用いて得られた結果(逆解析)とを比較する数値実験により本手法の検証を行った。簡単のため、順解析では Von Mises 則を用いた。ダイレタンシーおよび加工硬化は無いものとし、要素数は  $48 \times 24$  で解析を行った。逆解析においては  $49 \times 25$  節点の差分法を用いた。

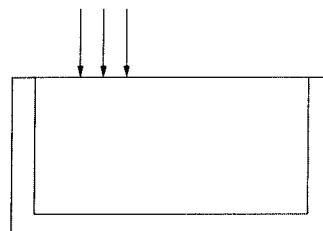


図1. 数値実験に用いた問題

キーワード：逆解析、等価介在物法、弾塑性、構成則、応力場

〒305-8573茨城県つくば市天王台1-1-1 筑波大学機械工学系

kameda@kz.tsukuba.ac.jp

図2と図3はそれぞれ順解析と逆解析によって得られた応力の分布である。矢印の起点が応力を表し、矢印の長さが非弾性ひずみの大きさを表している。逆解析によって得られた応力は降伏曲面外に存在するものもいくつかあり、精度の向上が課題であるが、変位場と境界条件から応力場を取得可能なことが数値実験により示された。

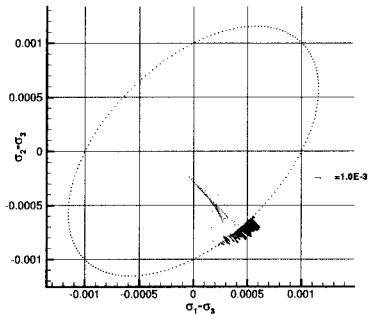


図2. 順解析により得られた応力場

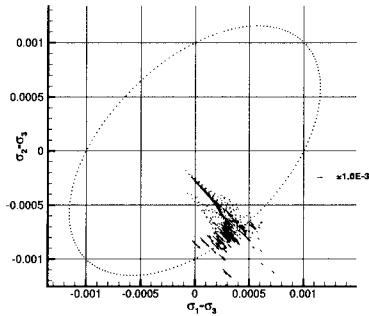


図3. 逆解析により得られた応力場

### 実験概要

実際に土を用いた実験の概要を図4に示す。式(3),(4)を解くためには、供試体の変位場と境界での応力を測定することが必要である。変位場はビデオカメラとコンピュータ画像処理により取得し、境界の応力場は応力センサーにより取得する。これらの情報から逆解析を行い、変位と応力の関係を取得する。

### おわりに

数値実験の結果ならびに実験の概要を示した。本手法により変位場から応力場が推定できるため、構成則未知の材料の応力のひずみの対応関係を取得可能である。実験結果の蓄積によるデータベース化への応用も現在検討中である。

### 参考文献

- 1) Bui, H.D. (1993), *Inverse Problem of Mechanics of Materials : an introduction*, Elsevier
- 2) Eshelby, J.D. (1957), Proc. Roy. Soc., Vol. A241, 376-396
- 3) Nemat-Nasser, S. and Hori, M. (1993), *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, North-Holland, London

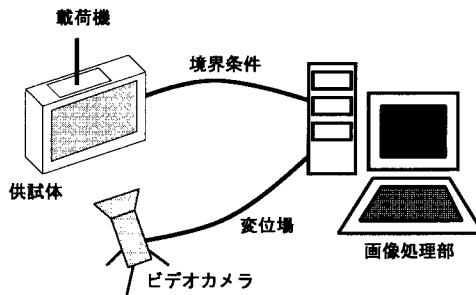


図4. 実験の概要