

II-339

斜面流出における不飽和浸透理論の集中化とその精度

中央大学大学院 学生員 ○加藤 琢朗 大原 憲明 松木 浩志
中央大学理工学部 正 員 志村 光一 山田 正

1はじめに: 著者らは物理的観点に立脚した洪水予測システムの構築を目的とし、これまで山地小流域を集中化して扱う降雨流出モデルを提案してきた¹⁾(以後集中化モデル)。本研究は、現在最も地下水を厳密に表現しうる不飽和浸透理論に基づいた二次元数値解析(以後Full 不飽和浸透理論)を行い、集中化モデルとの物理的整合性を確認するため比較検討を行った。

2集中化した不飽和浸透モデル(集中化モデル)

2.1 降雨流出機構のモデル化: 図1は山地小流域谷頭部における降雨流出過程の模式図である。本研究では山地小流域において直接流出の主成分である中間流出を対象に降雨流出機構をモデル化する。斜面における流れに対する連続式に、抵抗則として(1)式のマニングタイプを用いると kinematic wave 方程式(3)式になる。なお単位幅流量 $q(\text{mm}^2/\text{s})$ 、水

$$v = \frac{1}{n} i^p h^m \quad (1) \quad q = vh \quad (2) \quad \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial x} = u(t) \quad (3)$$

深 $h(\text{mm})$ は表層土中の湛水深でかつ勾配 i 、等価粗度係数 n は一様である。Manning の平均流速公式を一般化した(1)式を(2)式に代入し、 q について整理すると(4)式を得る。直接流出は流出寄与域(河道及び河道近傍の湿润領域)のみからの流出と考えると、斜面長は十分短いものと仮定することができる。この条件の下では斜面末端からの流量は斜面長に比例すると考えられ、(5)式のような変数分離形の近似式の成立が仮定しうる。ここに q_0 : 流出高(mm/h)、 x : 斜面の任意の座標(m)である。斜面長 L の末端を考えると $x=L$ とおけ、

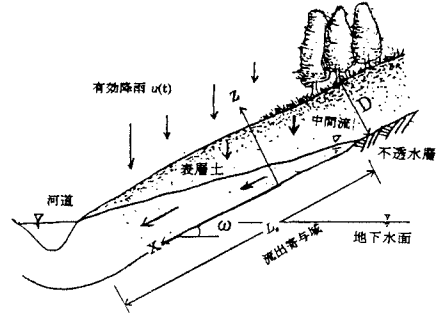


図1 山地小流域における降雨流出過程

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \alpha^{m+1} (m+1) q^{\frac{m}{m+1}} \left(u(t) - \frac{\partial q}{\partial x} \right), \alpha = \frac{1}{n} i^p \quad (4) \quad q(x,t) \approx x q_0(t) \quad (5) \quad \frac{dq_0}{dt} = (m+1) \gamma^{\frac{1}{m+1}} q_0^{\frac{m}{m+1}} (r(t) - q_0), \gamma = \frac{i^p}{nL} \quad (6)$$

(4)式は(6)式のように常微分方程式に変形(集中定数化)できる。(6)式の降雨流出を支配するパラメータは γ, m のみで斜面勾配 i 、斜面長 L 、等価粗度係数 n より表現される。 γ, m は流域の降雨流出特性を表すものであることがいえる。(6)式が山地斜面からの浸透流出を表す集中化した不飽和浸透モデルの基礎式となる。

2.2 等価粗度の決定²⁾: 山地斜面における流出モデルの基礎式(6)のパラメータ γ を表現する水力係数 n について検討を加える。表層土中の土中水の浸透は Richards の方程式(7)式で表される。ここに Ψ : 圧力水頭、 ω : 斜面勾配、 C : 比水分

$$c \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \sin \omega \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \cos \omega \right) \right\}, \quad c = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \quad (7)$$

容量、 θ : 含水率、 k : 透水係数である。鈴木³⁾らによると土層厚に比べ斜面の長さが十分に長いとき、斜面方向の圧力水頭の変化を無視しても流量の通減曲線はほとんど変化しない。このとき(7)式は(8)式のような一次の式になる。次に(8)式を Z 方向に積分すると(9)式を得る。これは積分により含水率 θ 及び不飽和透水係数 k を Z 方向に平均化したことを意味してい

$$c \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\sin \omega \frac{\partial k}{\partial x} \quad (8) \quad D \frac{\partial \theta}{\partial x} = -D \sin \omega \frac{\partial k}{\partial x} + u(t) \quad (9)$$

る。ここに D : 表層土厚、 $u(t)$: 有効降雨量である。(9)式は X 方向(斜面方向)に一次元化され、kinematic wave の形式になっている。有効含水率 w と不飽和透水係数 k の関係として一般化 Kozney 式³⁾(10)式を用いる。また含水率 θ と有効間隙率の関係は(11)式を用いる。これらをそれぞれ Z 方向に平均化し(9)式に代入すると(12)式になる。ここに S_0 : Z 方向に平均化

$$k = k_s S_e^\beta \quad (10) \quad \theta = S_e \cdot w \quad (11) \quad D w \frac{\partial S_e}{\partial x} = -D k_s \sin \omega \frac{\partial S_e}{\partial x} + u(t) \quad (12)$$

した有効飽和度、 k_s : 飽和透水係数、 β : 土壌の不飽和領域における透水係数の減少を表す無次元パラメータ、 w : 有効間隙率である。窪田ら³⁾にないダルシーの法則を不飽和領域に拡張し、 Z 方向に平均化すると(13)式が得られる。ここに v : 鉛直方向の浸透速度である。 X 方向の単位幅流量 q について換算すると(13)式は(14)式のようにになる。(14)式を Z 方向に平均化した有効飽和度 S_0 について整理し、それを(12)式に代入すると(15)式を得る。

キーワード: 山地小流域、等価粗度、不飽和浸透流

連絡先(東京都文京区春日 1-13-27 中央大学理工学部土木工学科・tel 03-3817-1805・fax 03-3817-1803)

$$v = k \frac{\partial \Psi}{\partial z} = k_s S_0 \frac{\partial \Psi}{\partial z} = k_s \bar{S}_0^\beta \quad (13) \quad q = k_s D \bar{S}_0^\beta \sin \omega \quad (14)$$

$$D^{\frac{\beta-1}{\beta}} w k_s^{\frac{1}{\beta}} \sin \omega \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = -E \cos \omega \quad (15)$$

一方(3)式に(1)式を代入すると(16)式が得られる

$$D^{\frac{\beta-1}{\beta}} w k_s^{\frac{1}{\beta}} \sin \omega \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = u(t) \quad (16)$$

(15)式と(16)式は同一の現象を kinematic wave 理論からの集中化と、不飽和浸透理論からの集中化という二つの視点から見た等価な式であり両式を比較すると(17)式が得られる。特筆すべ

$$\beta = m+1, \quad P=1, \quad n = \frac{D^{\beta-1} w^\beta}{k_s} \quad (17)$$

きことは(16)式より従来実測により合うように決められていた等価粗度 n は、流域の表層土厚 D 、有効間隙率 w 、透水係数 k_s 、透水性の現象の程度を表す無次元パラメータ β の流域の土壌パラメータで表現できるということである。

3 不飽和浸透理論に基づく数値解析(Full 不飽和浸透理論): 孔質土壌中の水の挙動は Richards の式(7)式に支配され、それを不飽和浸透理論の基礎式とする。(7)式を模式図のように直行座標形におきかえ(7)式を差分化し完全陰解法で解いている。なお時間差分は前進差分、区間差分は中心差分を用いた。境界条件を図2に示すとおり斜面上流端、表層土と不透水層の境界は不透水、斜面下流端は自由流出条件を用いた。

4. 計算条件: 集中化モデル、Full 不飽和浸透理論の両数値計算は表1に示す計算条件の下で行った。降雨は表面流が発生しない降雨強度で与えた。

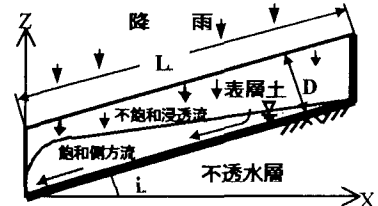


図2 計算に用いた山地斜面の模式図
表1 計算条件

	記号	CASE1	CASE2	CASE3
斜面長(m)	L_s	5.53	9.79	5.53
斜面勾配	i_s	20°	20°	20°
表層土厚(cm)	D	20	20	60
飽和透水係数(cm/s)	k_s	0.0035	0.0035	0.0035
有効間隙率	w	0.42	0.42	0.42
飽和水分量	θ_s	0.42	0.42	0.42
最小水分量	θ_r	0.01	0.01	0.01
透水性の減少を表すパラメータ	β	5	5	5
等価粗度	n	0.6	0.6	48.8
降雨継続時間(h)	T_r	10	10	5
降雨強度(mm/h)	R	5	5	5

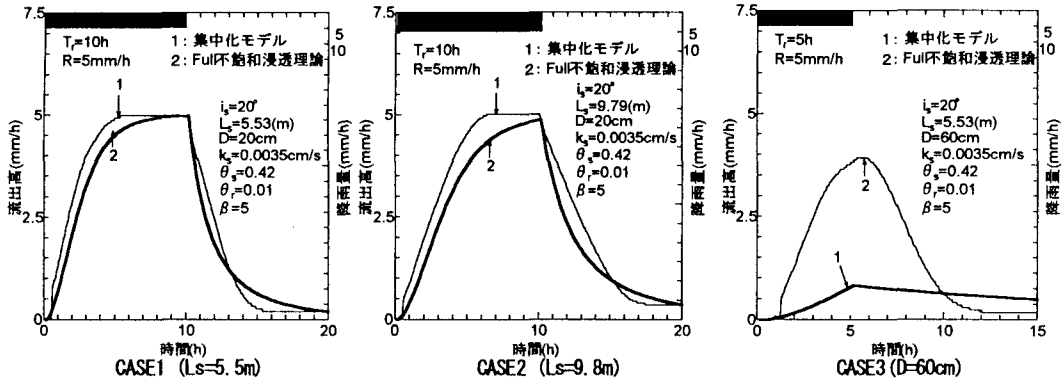


図3 集中化モデルと不飽和浸透理論の計算結果の比較

5. 解析結果とまとめ: 集中化モデルと Full 不飽和浸透理論を用いて計算を行った結果を図3に示す。CASE1, CASE2 の計算結果はハイドログラフの立ち上がりと通減部に多少の形の差異はあるものの、全体的な形状は概ね一致していることがわかる。CASE3 は両計算結果が一致しない場合である。これは集中化する過程において飽和度を Z 方向に平均化するためであると考え、表層土厚が厚くなるほど飽和度を小さく見積もってしまうためであると考えられる。しかし、一般的に直接流出に寄与するのは A_0 A 層であることから、この集中化モデルは実流域に実用上、十分適応できると言える。以上のことから集中化モデルは斜面長が短く、土層厚が比較の薄い場合に適応できることがわかった。斜面流出の特性は斜面勾配、斜面長、等価粗度で決定でき、山地斜面における等価粗度係数は有効間隙率、表層土厚、飽和透水係数、透水性の減少を表す無次元パラメータで評価できることを確認できた。

参考文献: 1) 島田啓一, 山田正, 藤田睦博: 第33 回水理講演会論文集 pp. 133-138, 1989. 2) 大原憲明, 池永均, 山田正, 尾崎宏, 内島邦秀: 第52 回年次学術講演会講演概要集第2 部, pp. 58, 59, 67-69, 1997. 3) 塚本義則: 森林水文学, 文永堂出版 pp108-119, 192-193, 1992. 4) M. J. Kirkby: Hillslope Hydrology.