土木学会第54回年次学術講演会（平成11年9月）

Ⅱ-294　ALE 有限要素法を用いたダム貯水池における洪水解析

中央大学　学生員　小川 洋平
中央大学　正会員　川原 睦人

1. はじめに

大雨や台風による洪水がもたらす災害は、今日でも世界各地で報告されている。洪水による水害は、広範囲にわたって人々の生活に甚大な損害を与えるため、こうした水害を未然に防ぐことは、たいへん重要な問題である。川の氾濫等を防ぐ対策として代表的なものには、堤防や大規模な河道計画、ダムが挙げられる。我々は、これらの中のダムによる洪水制御に着目し、研究を進めるものである。洪水制御のためのダムシステムには、ダムゲートを有するものや取水口を有するものなどがある。これまで最適制御理論に基づいたダムゲート操作による洪水制御に関する研究は行われてきたが、最適制御理論では終端時間までの洪水波形がわかっていなくてはダムゲート操作はできない。よって実際には、経験に基づいてダムゲートが操作されているというのが現状である。一方、取水口を有するダムシステムでは、考えられる最大の洪水を制御するようにダムの形状を設計するので、洪水襲来時に毎回ダムシステムを操作するといった作業や設備を削減できる。このことは、大きな経済効果を挙げると共に、洪水によってダムゲート自体が破壊されてしまうといった危険をも回避しているといえる。そこで、本研究では洪水制御のための取水口を有するダムシステムの確立を目的とする。

洪水襲来時のダム貯水池の挙動を示す支配方程式としては、一般的に二次元の浅水長波方程式が用いられるが、本システムでは取水口部、ダム越流部において 水粒子の鉛直運動が生じてしまうため、浅水長波方程式の仮定に反してしまうので、ここでは非圧縮 Navier-Stokes 方程式を用いることとする。支配方程式を浅水長波方程式から Navier-Stokes 方程式とすることで、これまで容易であった水面形状の決定が困難になる。つまり、この問題は移動境界問題へと発展してしまうので 本解析では移動境界問題を取り扱う手法の一つである ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)[1] 法を用いて、水面の形状を決定するものとする。数値解析例として、鉛直二次元場における洪水襲来時のダム貯水池の挙動を再現する。

2. 支配方程式

流れ場は非圧縮性流れを仮定し、非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の二次元解析を行う。ALE 記述による非圧縮性流れの運動方程式と連続式は、次のように表記される。

$$\dot{u}_i + (u_j - w_j)u_{i,j} + p_{,i} - \nu(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} = 0 \quad (1)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad (2)$$

u_i は流速、w_i はメッシュ速度、p は圧力、ν は動粘性係数を表す。ALE 法では節点座標を任意に選ぶことができるため、w_i は座標 X_i の時間微分によって表される。

$$w_i = \frac{\partial X_i}{\partial t}. \quad (3)$$

3. 解析手法[2]

本研究において、時間方向の離散化には運動方程式に Crank-Nicolson 法を適用し、連続式を完全陰的に取り扱う。これに中間流速を導入した分離型解法を適用する。また、この手法では同次補間を用いた場合、安定化の役割を果たす項が存在しないため混合補間である MINI 要素を用いることとする。

4. 自由表面の形状決定

自由表面の移動に伴う計算メッシュの移動は、自由表面上に位置する水粒子は常に自由表面に留まるという次式により表現できる。

$$(u_i - w_i) \cdot n_i = 0 \quad (4)$$

n_i は自由表面の外向き単位法線ベクトルを表す。自由表面上のメッシュ速度 w_2 をゼロとすると、式 (4) より

$$w_2 = u_2 + (u_1 - w_1)\frac{n_1}{n_2} \quad (5)$$

を満たさなくてはならない。式 (5) を時間微分することにより、時間 $t + \Delta t$ への移動量を評価することができる。

スムージング

式 (5) を繰り返し計算することにより、移動境界である自由表面上の形状に著しい凹凸が生じることがある。これは数値計算を不安定に導く原因となり、計算が続行できなくなることがしばしば起こる。そこでこの凹凸をスムージングを施すことにより、この不安定要素を解消する。スムージングに関する式はいくつか提案されているが、これらは問題によりその効果が十分に発揮されない場合や過度に働くことによる弊害、また実行回数も数ステップに1回など全ての問題に適応できないものが多い。

キーワード：取水口を有するダムシステム、非圧縮 Navier-Stokes 方程式、ALE 有限要素法、分離型解法、MINI 要素
連絡先 ： 中央大学大学院理工学研究科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27,TEL:03-3817-1814, FAX:03-3817-1803)

そこで、本研究ではTayler展開により導かれる次式によりスムージングを行う。

$$X_j^s = X_j + \frac{\alpha}{2}(X_{j-1} - 2X_j + X_{j+1}) \qquad (6)$$

この式は自由表面上の節点に拡散を与えることを意味している。ここでαは0から1の範囲で定義される平滑化の程度を定めるパラメータであり、$\alpha=0$はスムージングをしないことを意味する。これにより問題に応じた任意の値を設定でき、最適の値を与えることにより計算は安定しかつ適切な解を得ることができる。

5. 数値解析例

数値解析例として、図１のような鉛直二次元場における洪水襲来時のダム貯水池をモデルとして扱う。上流側からダムまでの距離は10.0m、静水時の水深は1.0mとし、上流側から図３に示すような洪水波形を入射させる。図２は有限要素分割図を示し、総節点数4221、総要素数8000である。

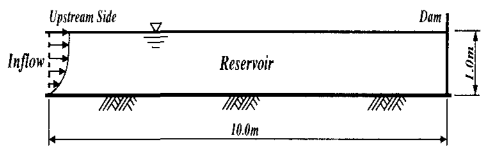

図１ 解析モデル

図２ 有限要素分割図

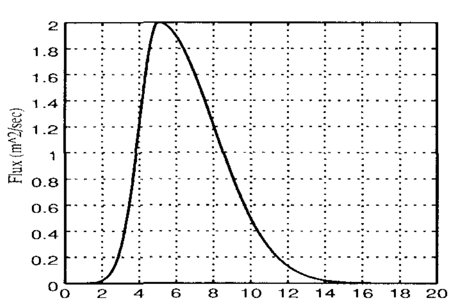

図３ 入射させる洪水波形

6. 解析結果

図４、図５、図６はそれぞれ３秒後、５秒後、８秒後の解析結果を示している。図の流れより、洪水がダムに到達し上流側に反射している様子が確認できる。

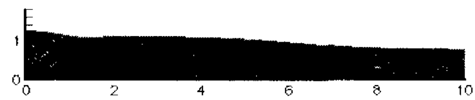

図4 3秒後

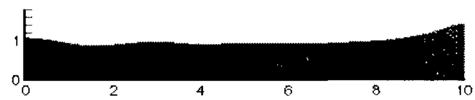

図5 5秒後

図6 8秒後

7. おわりに

本研究では、ALE有限要素法を用いて洪水襲来時におけるダム貯水池の挙動を再現した。しかし、本来の研究目的は取水口を有するダムシステムの確立である。本報告では洪水がどのようにダムを越えるかというところまでは解析できておらず、このことは今後の大きな課題と言える。最終的には、洪水がダム貯水池、ダム内部、下流域に及ぼす影響を考慮し、洪水襲来時にダム貯水池と下流域の両方の水位の上昇を制御するようなダムの形状を最適制御理論を用いて設計したい。

参考文献

[1] 山本 兼哉、川原 睦人：ALE有限要素法を用いた大振幅スロッシング解析、土木学会第５３回年次学術講演会講演概要集、1-A, pp92-93, 1997.

[2] 松本 純一、丸岡 晃、川原 睦人：正規化気泡関数を用いた非圧縮粘性流体における分離型有限要素法、構造工学論文集 Vol. 45A, 1999.