

II-289

生成項を考慮した拡散方程式に基づく浮遊砂濃度分布

京都大学大学院農学研究科 正会員 藤田 正治
 京都大学大学院農学研究科 正会員 水山 高久
 京都大学農学部 滝口 茂隆

1. はじめに

浮遊砂の拡散理論は実用的な方法であるが、河床の粗度が大きい山地河川を対象にした実験では、流速分布則が対数則に一致するのに濃度分布は拡散係数を通常の2～3倍大きくしなければ拡散方程式の解と適合しないことが指摘されている。^{1), 2)} 図-1はその一例¹⁾を示したもので、拡散係数と渦動粘性係数の比 β を通常の1から2.06にしなければ濃度の計算値は実験値を説明できていない。本論では、 β を大きくしなければならないのは拡散方程式に浮遊砂の生成項を考慮していないからであるという考え方のもとに、 β を1にしたままで広い条件に対して適用できる拡散理論について検討する。

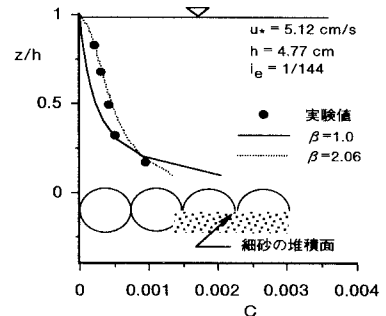


図-1 河床粗度の大きいときの濃度分布の実験値と計算

2. 浮遊砂の生成と拡散方程式

式(1)は通常用いられる拡散方程式であり、式(2)はその境界条件である。式(1)は浮遊砂の水深方向のフラックスバランスを表わし、浮遊砂の生成と消滅は基準点(水深の5%)という便宜的な高さで境界条件に考慮されている。しかし、拡散理論ではランダムな乱れを受けている粒子を浮遊砂としているので、河床砂が上昇流体塊の作用で浮上し終わった後それが浮遊砂になるとすれば、浮遊砂の生成位置は水深全体に渡ると考えられる。一方、消滅は河床面で生じる。このように生成と消滅が異なる高さで生じていることを考えると式(2)のように一つの境界で生成と消滅を考えることには無理があり、基準点の取り方や境界条件の考え方に不明確さが生じる。従って、生成については拡散方程式に直接考慮すべきであり、その式は式(3)のようになる。河床では水深方向の流速が0であるので境界条件は式(4)となり、浮遊砂は河床で純堆積することになる。Pの条件式は、河床から浮上したものが全て浮遊砂になるとすると式(5)のようになる。式(3)～(5)から河床では式(6)が成り立ち、河床変動が平衡状態に達していることが表現される。

$$w_o C + \epsilon \frac{dC}{dz} = 0 \quad (1) \quad z = a_*; \quad C = C_a (=q_{su}/w_o) \quad (2)$$

$$w_o C + \epsilon \frac{dC}{dz} = \int_z^h P dz \quad (3) \quad \epsilon \frac{dC}{dz} = 0 \quad (4) \quad \int_0^h P dz = q_{su} \quad (5) \quad C \cdot w_o = q_{su} \quad (6)$$

(w_o :沈降速度, ϵ :拡散係数, C :濃度, z :水深方向座標, a_* :基準点高さ, q_{su} :河床砂の浮上率, P :単位時間単位体積当り生成される浮遊砂の体積, C :河床における濃度である。)

中川・辻本³⁾も掃流砂から浮遊砂への遷移を考慮して式(3)と同様の式を提示しているが、浮遊砂の生成に関する考え方や河床境界条件が本論と異なる。式(3)で ϵ を一定とし、 P の分布に基準点以外で0になるようなデルタ関数を与えると $z \geq a_*$ での解は式(1)の解と一致する。したがって、従来の拡散理論は基準点に集中して浮遊砂が生成されていることになる。

式(3)の解析例として、拡散係数=一定、 P =一定の場合の濃度分布は図-2のようである。ただし、 $E (= \epsilon / h/u_*) = 1/15$, $\zeta (=w_o/u_*) = 0.01$ および1としている。ここに、 h :水深, u_* :摩擦速度である。生成項と拡散項に起因した濃度分布も示されている。とが大きいとき拡散の影響が小さくなり、濃度分布は生成項だけ

キーワード: 浮遊砂, 拡散理論, 拡散方程式, 濃度分布, 生成項

〒606-8502 京都市左京区北白川京都大学農学研究科森林科学専攻, 電話 075-753-6092, FAX 075-753-6088

によって決まる。ζが小さいときは拡散の効果が現われ、ζ→0のとき一様な濃度分布に近づく。

3. 実験値と計算値の比較

図-1の濃度分布の実験値とβ=1としたときの式(3)の計算値の比較を行う。浮遊砂の生成率の鉛直分布は、河床砂の上昇流による最終浮上高さの確率分布によって求められる。藤田⁴⁾はその算定方法を揚圧力係数c、遮蔽係数k、上昇流の作用時間係数c_tをパラメータとして提示している。ここに、粗面ではC=2.5、遮蔽なしのときk=1、完全遮蔽のときk=0である。図-3は粒径1.42mm、比重1.05の粒子を用いたときの最終浮上高さの確率分布の実験値と計算値を比較した結果を示したもので、c_t=0.1、ck²=2.5のとき計算値は実験値と一致している。

濃度の計算には河床砂の浮上率が必要であるが、ここではz/h=0.2において実測濃度と計算濃度が一致するように浮上率を決めた。また、式(3)のCには河床を離脱して浮遊砂になるまでの砂は含まれていないが、ζが小さいときはそのような砂の濃度は無視できるものと思われる。

図-1の条件に対して生成率の鉛直分布は図-4のようである。遮蔽効果が大きい(kが小さい)と河床砂は強い上昇流のときだけ河床を離脱し大きな上昇流速が作用するので、浮上高さの確率分布が上方にシフトする。図-5は濃度分布の計算値と実験値を比較したもので、遮蔽が大きくなるほど濃度が一様化され、実験値と適合するようになっている。図から判断するとck²=0.25~0.35、すなわちc=2.5とするとk=0.32~0.37で一番適合性がよくなっている。図-1に示す河床の状態から実現象でも河床砂が遮蔽を受けていることが推察されるが、その定量的な検討については今後の課題としたい。以上のように、高い位置で浮遊砂が生成されると濃度分布がより一様化され、式(1)で見かけ上の拡散係数を求めるとβの値が1より大きくなる。このような場合でも、生成項を入れた拡散方程式を用いるとβを1にしたままで、濃度分布の一様化を説明することができる。

4. おわりに

浮遊砂の生成項を考慮した拡散方程式を使えば、βを1としたままで広範囲な条件に対して濃度分布を計算することができる可能性があることがわかった。なお、本研究を遂行するにあたり、鳥取大学宮本邦明助教授に貴重ご意見を賜わった。ここに記して厚く御礼申し上げます。

参考文献 1) 道上, 藤田ら, 平成5年中国四国支部発表会, p.190-191, 1993, 2) 権田ら, 平成4年砂防学会発表会, p.70-73, 1992, 3) 中川, 辻本ら, 土木論文集, 第417号, p.149-156, 1990, 4) 藤田, 京大博論, 1986。

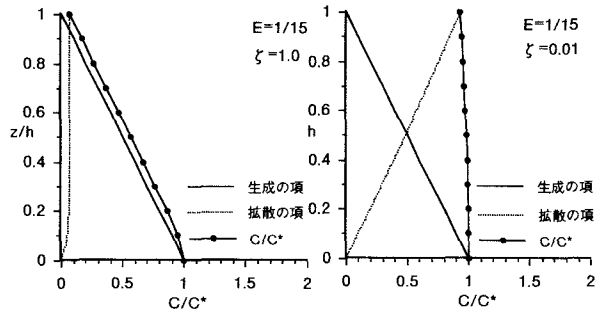


図-2 一様な生成率のときの濃度分布

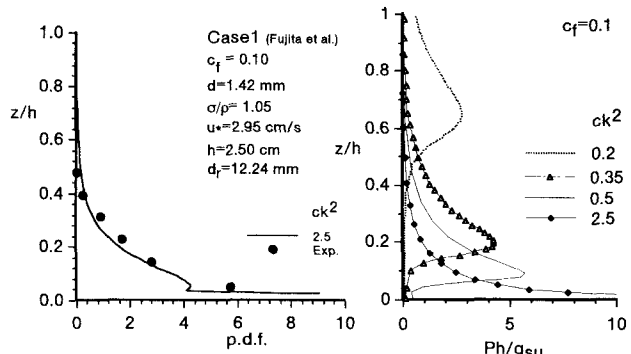


図-3 浮上高さの確率分布の実験値と計算値

図-4 生成率の計算値

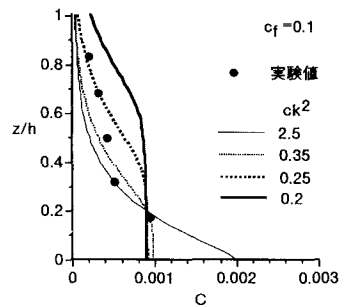


図-5 濃度分布の実測値と計算値