

II-198 ALE有限要素法による自由表面流れ解析の並列計算に関する研究

中央大学大学院 学生員 ○田中 聖三
日本工営株式会社 正会員 櫻庭 雅明
中央大学 正会員 榎山 和男

1. はじめに

自由表面流れ問題を解析する方法として、ALE 有限要素法¹⁾が一般的によく用いられる。しかしこの方法は、自由表面の移動にともない解析メッシュを更新させねばならず、大規模計算においては計算時間や記憶容量は多大なものとなる。これらの問題を解決する方法として本研究では並列計算に着目する。

本報告は、ALE 法による自由表面流れ解析へ領域分割法に基づく並列有限要素法を適用し、高効率な並列計算を行うことを目的とする。数値解析例として3次元矩形貯槽内スロッシング解析を行うことで本手法の有効性を検討し、領域分割についての考察を行う。

2. 数値解析手法

(1) 基礎方程式と離散化

非圧縮粘性流体の基礎方程式は ALE 表示による Navier-Stokes の運動方程式と Euler の連続式である。基礎方程式に対して時間方向の離散化に修正準陰解法、空間方向の離散化に Q1/P0 要素を用いた安定化有限要素法 (SUPG/PSM 法)²⁾ を適用すると、以下の有限要素方程式を得る。

$$\tilde{u}_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t M_C^{-1} \{K(\tilde{u}_j)u_i^n + \nu S u_i^n - N f_i\} \quad (1)$$

$$(C^T M_L^{-1} C + D) \Delta t \frac{1}{\rho} p^{n+1} = -C^T \tilde{u}_i^{n+1} \quad (2)$$

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i^{n+1} + M_L^{-1} C \Delta t \frac{1}{\rho} p^{n+1} \quad (3)$$

ここで、 u_i は流速、 $\tilde{u}_i$ は相対流速、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 ρ は密度、 f_i は物体力であり、 K, C, S, N は係数行列である。特に M_C はコンシステントな質量行列、 M_L は集中化した質量行列、 D は圧力安定化行列である。

(2) ALE 法による要素再分割

ALE 法ではメッシュを変形させたり、移動させたりすることで物体の形状を表現する解析手法である。本手法では、移動境界上での節点変位量を境界条件として領域内の節点に関するラプラス方程式を解く事により、全節点の位置を求める方法を用いている。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

$$\phi = \hat{\phi} \quad \text{on } \Gamma \quad (5)$$

ϕ は節点の変位量、 $\hat{\phi}$ は移動境界上での節点変位量である。

3. 数値解析例

(1) 計算条件と結果

本手法の有効性を検証するために、3次元矩形貯槽内スロッシング解析を取り上げる。解析条件は幅 1.0[m]、奥行 0.1[m]、高さ 1.0[m] の貯水槽に 50% 貯まった流体に式 (6) で表わされる水平加速度を与える。振幅 A は 0.0093[m]、角速度 ω は 5.311[rad/sec] である。

$$f = A\omega^2 \sin \omega t \quad (6)$$

流体は水とするため密度 ρ および動粘性係数 ν はそれぞれ、 $1.0 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 $1.0 \times 10^{-6} [\text{m}^2/\text{sec}]$ となる。境界条件は壁面で *slip* 条件を与えた。有限要素分割は $80 \times 8 \times 40$ (1 辺 0.0125[m] の立方体要素) とし、要素数は 25,600 となっている。なお、要素再分割は毎時間ステップごと全領域で行っている。図-1 に示すように、左壁での水位変動量は、岡本らの実験¹⁾ との比較において良い一致が見られる。また、図-2 の水面形状もよく捕らえられている。しかしながら、時間ステップが進むにつれて自由表面上に平滑化処理⁵⁾ でも押さえることのできない非線形性に伴う数値不安定が発生し計算が不安定となる。

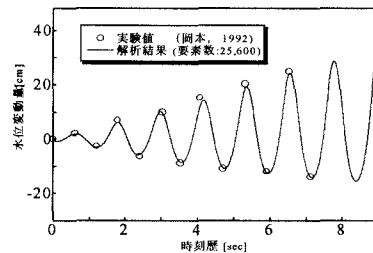


図-1 左壁での水位変動量の時刻歴

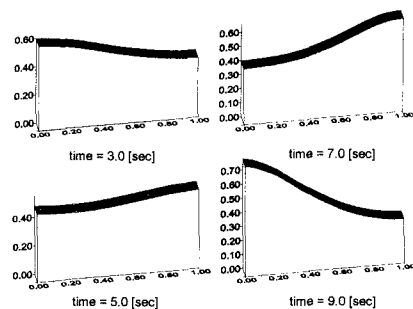


図-2 水面形状

Key Word: 並列計算, 自由表面流れ, ALE 有限要素法
〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27
TEL 03-3817-1815, FAX 03-3817-1803

表-1 並列計算機 AP3000 仕様

Fujitsu AP3000	
Type of Node	U300
CPU	Ultra SPARC II
Clock cycle	300MHz
Memory size	256MB
Cash size-internal	32KB/CPU
Cash size-external	2MB/CPU
Network	200MB/s [AP-Net]

(2) 並列化性能評価

本報告の目的である大規模解析への適用を考えて、総節点数:221687, 総要素数:204800 のメッシュを用いて前節と同様の数値解析を行い、並列化性能を計測する。使用した並列計算機には富士通製 AP3000 を用いる。(表-1) 領域分割法に基づく並列計算を行うためには、前処理として全解析領域を使用するプロセッサ数の小領域に分割する必要がある。

ここでは、領域分割において移動境界上の節点数の均等化を考慮しないものと、したものの比較を行った。移動境界上の節点数の均等化は、アルゴリズム上、要素再分割での計算負荷の均等化を意味する。移動境界上の節点数の均等化を考慮に入れない領域分割には、Farhat らによって提案された自動領域分割法³⁾を用いる。一方、移動境界上の節点数の均等化を考慮に入れた領域分割には、2次元メッシュを自動領域分割法で領域分割し、それを高さ方向に積み上げるスライス型の領域分割を行う。前者を case1, 後者を case2 とする。case1, case2 の領域分割図はそれぞれ図-3, 4 になる。この領域分割法での並列化性能の比較を図-5 に示す。case2 では case1 よりも高い並列化性能を得ており、効率的な並列計算を行うことができた。これは、case2 では各プロセッサでの流れ場の計算と要素再分割の計算の両方の負荷が均等化されているのに対し、case1 では、流れ場の計算の負荷は均等化されているが要素再分割において計算負荷が均等化されていないためである。

以上の結果から、流れ場の計算だけではなく要素再分割での計算負荷を均等化させる領域分割を行うことで効率の良い並列計算を行うことができるといえる。

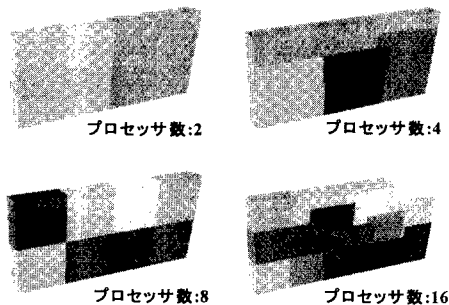


図-3 領域分割図 (case1)

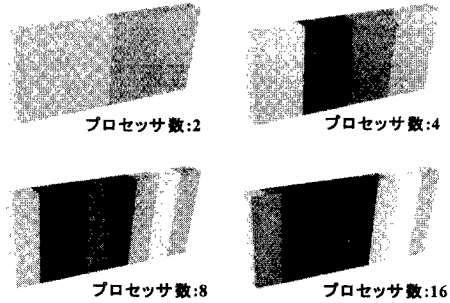


図-4 領域分割図 (case2)

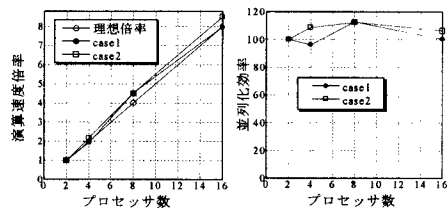


図-5 演算速度倍率と並列化効率

4. おわりに

本報告では ALE 法に並列有限要素法を適用し、3次元矩形貯槽内スロッシング解析においてその有効性を検討した。その結果、以下のことが結論として得られた。

- 並列化性能評価において高い並列化効率を得た。これにより本手法の有効性を示すことができた。
- 要素再分割において各プロセッサでの計算負荷を均等化させることで、より高い効率を得ることができた。このことは、移動境界上の節点数が均等となるような領域分割を行う必要があることを示している。

今後は、開境界のある問題への適用を行う予定である。

謝辞:本研究を進めるにあたり、並列計算機富士通 AP3000 の使用を許可された富士通並列処理研究センターに厚く感謝いたします。

参考文献

- 1) 岡本隆:任意ラグランジェ・オイラー有限要素法による大振幅スロッシング解析に関する研究:中央大学学位論文:1992.
- 2) 檜山和男, 猪股渉:混合補間要素を用いた非圧縮粘性流れ解析のための高精度安定化有限要素法:土木学会論文集 No.591/I-43: pp125-137: 1998.
- 3) C.Farhat:A simple and efficient automatic FEM domain decomposer: Computers & Structures: 28: pp576-602: 1988.
- 4) 玉井典, 檜山和男:非構造格子に基づく三次元非圧縮粘性流れの並列有限要素解析:第 11 回数値流体力学シンポジウム講演論文集:pp557-558: 1997.
- 5) 玉城宏幸, 櫻庭雅明, 檜山和男:ALE 法により自由表面を考慮した非圧縮粘性流体解析:第 12 回数値流体力学シンポジウム講演論文集:pp263-264: 1998.