

II-111

開水路加速流におけるせん断応力分布の予測

京都大学大学院工学研究科 正 員 鬼束幸樹

京都大学大学院工学研究科 正 員 瀬津家久

1. はじめに

開水路加速流においては、せん断応力分布が等流のものより瘦せた分布となることが、瀬津ら¹⁾、浦ら²⁾などによって明らかにされている。しかし、その物理的説明などはほとんどなされておらず、また、せん断応力分布の予測なども経験式によってゆだねられている。本研究は、開水路加速流におけるせん断応力分布を運動方程式より近似的に導き出し、実測値と比較検討を行ったものである。

2. 理論的考察

2次元開水路流において、流下方向に x 軸、 x 軸と垂直上向きに y 軸をとり、 x 、 y 軸方向の時間平均流速をそれぞれ U 、 V とすると、定常な2次元開水路流の連続の式と運動方程式は、以下のようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2)$$

$$p = \rho g(h - y) \cos \theta \quad (3)$$

ここに、 $\sin \theta$ は水路床勾配、 p は圧力、 τ はせん断応力である。主流速を $U^+ = U/U_*$ 、鉛直座標を $y^+ = yU_*/\nu$ と内部変数で無次元化し、 $\gamma = U_*/U_{\max}$ の流下方向変化が微小であると仮定する。また、微分演算子、

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y^+} y^+ \frac{1}{U_{\max}} \frac{\partial U_{\max}}{\partial x} \quad (4)$$

を用いると次式が得られる。

$$U = \gamma U^+ U_{\max} \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \gamma \frac{\partial U_{\max}}{\partial x} \left(\frac{\partial U^+}{\partial y^+} y^+ + U^+ \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \gamma^2 \frac{U_{\max}^2}{\nu} \frac{\partial U^+}{\partial y^+} \quad (7)$$

また、連続式(1)を用いると次式が得られる。

$$V = -\frac{\nu}{U_{\max}} \frac{\partial U_{\max}}{\partial x} U^+ y^+ \quad (8)$$

式(5)~(8)を式(2)に代入すると次式となる。

$$\gamma^2 U^+{}^2 U_{\max} \frac{\partial U_{\max}}{\partial x} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (9)$$

さらに、式(8)の両辺に ν/U_*^3 を乗じ、 y^+ に関して積分すると次式が得られる。

$$\tau^+ = 1 + p^+ y^+ - \frac{\nu g}{U_*^3} \sin \theta y^+ + \frac{\nu}{\gamma U_{\max}^2} \frac{\partial U_{\max}}{\partial x} \int_0^{y^+} U^+{}^2 dy_1^+ \quad (10)$$

$$p^+ = \frac{\nu}{\rho U_*^3} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (11)$$

$\tau^+ = \tau/\rho U_*^2$ であり、 p^+ は圧力勾配パラメータと呼ばれる。境界層流との違いは、右辺第3項に重力項が存在していることである。

keywords: 開水路加速流, せん断応力分布, 乱流

〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL 075-753-5082 FAX 075-753-5066

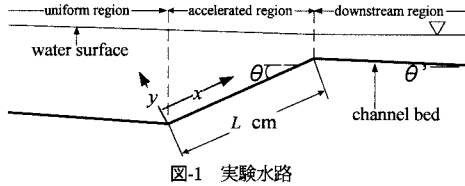


図-1 実験水路

3. 実験装置および実験条件

本実験で用いた水路は、図-1 に示すような長さ 9m、全幅 40cm の可変勾配型水路循環式直線水路である。計測は、LDA (Laser Doppler Anemometer) による流速分布計測とポイントゲージを用いた水面形計測である。

実験条件は、表-1 に示すように加速部の水路床勾配および流量を変化させた 3 ケースとした。ここに、 L は加速部長さ、 Q は流量、 $Fr = U_m / \sqrt{gh}$ は Froude 数、 $Re = U_m h / \nu$ は Reynolds 数、 U_m は断面平均流速であり、添字 0 は加速部入口の諸量を、添字 1 は加速部出口の諸量を示している。

4. 実験結果および考察

図-2 に内層表示された主流速分布を示す。等流部の $x/L = 0.22$ の断面では内層において直線で示された log 則に適合している。しかし、加速部に流入した直後の $x/L = 0.05$ の断面においては、粘性底層をのぞく全ての領域において、流速が全体的に減少している。さらに、流下に伴い log 則よりも小さな値であった流速が内層では徐々に増加し、log 則よりも大きな流速値を持つ。そして、加速部下流域の $x/L \geq 0.80$ ではほぼ同様な分布形状となっている。

図-3 に実測で得られた Reynolds 応力に粘性項を付加した全せん断応力の実測値をプロットで示した。また、式 (10) による予測値を太線で、等流における分布を細線で示す。実測値に着目すると、圧力勾配パラメータの減少に伴ってせん断応力分布が痩せていることが観察される。このような傾向を式 (11) は良好に表現していることが確認でき、近似解 (11) の妥当性が示される。

5. おわりに

運動方程式を近似的に解いて、開水路加速流におけるせん断応力分布の予測を可能とした。

参考文献

- 1) 瀬津家久, 門田章宏, 戸田孝史, 土木学会論文集, No.558/II-38, pp.103-112, 1997.
- 2) 浦 勝, 岡本智和, 秋山壽一郎, 鬼束幸樹, 竹本憲充, 水工学論文集, 第42巻, pp. 871-876, 1998.

表-1 水理諸量

Case.	L (cm)	$\sin \theta^*$	$\sin \theta$	$x = 0$ (cm)			$x = L$ (cm)		
				h_0 (cm)	Fr_0	Re_0 $\times 10^3$	h_1 (cm)	Fr_1	Re_1 $\times 10^3$
A45-2	45	1/1300	-1/16	7.06	0.140	7.2	4.09	0.310	7.2
A90-2	90	1/1300	-1/32	7.11	0.140	7.2	3.83	0.340	7.2
A135-2	135	1/1300	-1/48	6.99	0.140	7.2	4.09	0.310	7.2

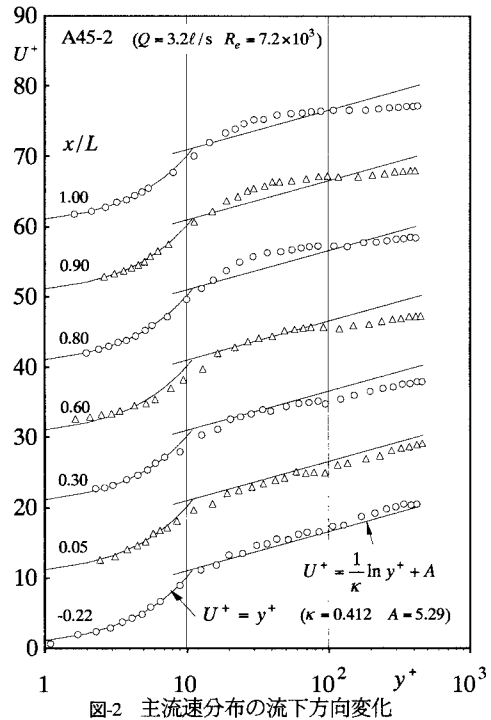


図-2 主流速分布の流下方向変化

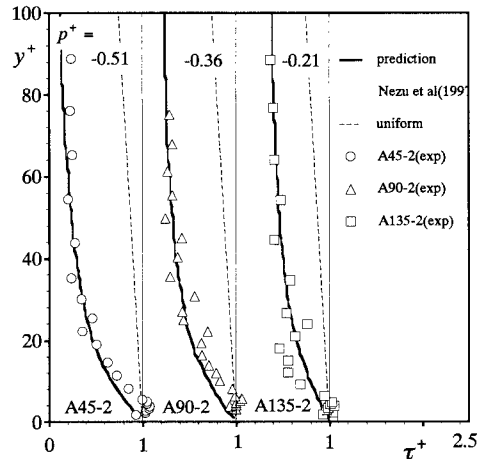


図-3 せん断応力の予測値