

II-81 サージタンク内の水の運動がサージングに及ぼす影響の検討

早稲田大学大学院理工学研究科 学生会員 鈴木 一範
早稲田大学理工学部 フェロー 蛙川 登

1. はじめに

ダム水路式水力発電システムにおけるバルブ操作に伴うサージタンク内の水位変動(サージング)は一般にサージタンク内の水の運動を無視して解析されている。本報文では、サージタンク内の水の運動を考慮してサージタンク内の水位変動を解析し、サージタンク内の水の運動を無視する場合の解析結果と比較し、サージタンク内の水の運動がサージタンク内の水位変動に及ぼす影響に関して検討した結果について述べる。

2. サージタンク内のサージングの支配方程式

図1に示すようなダム水路式発電所のバルブ操作に伴う単動サージタンク内の水の水位変動を解析するための支配方程式を、サージタンク内の水の運動を考慮して導く。

サージタンク内の水位は、サージタンクについての連続の式

$$\frac{dz_s}{dt} = \frac{Q - av}{A} \quad (1)$$

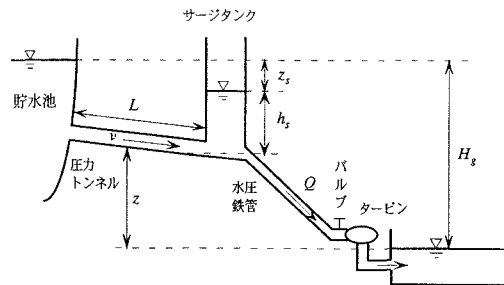


図1 ダム水路式水力発電システム

により計算される。ここで、 A はサージタンクの断面積、 z_s はサージタンクの水位、 Q は水圧鉄管内の流量、 a は圧力トンネルの断面積、 v は圧力トンネル内の流れの流速である。

式(1)によりサージタンクの水位を計算するためには、 Q と v を与えることが必要である。水圧鉄管内の流量 Q はバルブの操作に応じて境界条件として与えられる。圧力トンネル内の流れの流速 v は圧力トンネル内の流れを解くことによって与えられる。

圧力トンネル内の流れの支配方程式は次のようである。

$$\text{連続方程式: } \frac{\partial(av)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\text{運動方程式: } \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \right) + \frac{\partial h_L}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

ここで、 p は圧力、 z は圧力トンネルの断面中心の高さ、 h_L は損失水頭、 g は重力の加速度、 t は時間、 x は貯水池からサージタンクに向う圧力トンネルに沿う距離である。

圧力トンネルの断面積 a が一定の場合は、式(2)から v は x に無関係で、 t だけの関数になる。このことを考慮して、式(3)を x について0(貯水池)から L (サージタンク)まで積分すると、次のようになる。

$$\frac{L}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + H_L^* - H_0^* + h_L = 0 \quad , \quad H^* = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \quad (4)$$

$x=0$ (圧力トンネルに入る直前)の全水頭 H_0^* は、貯水池の水は静止しているものとする、 $H_0^* = H_s$ となる。ここで、 H_s は総落差である。

$x=L$ (圧力トンネルから出た直後： L は圧力トンネルの長さ)の全水頭 H_L^* は、サージタンク内の水の運動を無視する場合は、 $H_L^* = H_s - z_s$ となるが、サージタンク内の水の運動を考慮する場合はサージタンク内の流れの運動方程式をサージタンクにおける圧力トンネルの断面中心から水面まで積分することにより次のように表示される。

$$H'_L = H_s - z_s + \frac{h_s}{g} \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s^2}{2g} + h_{Ls} \quad (5)$$

ここで、 h_s 、 v_s および h_{Ls} は、それぞれ、サージタンク内の水深、流速及び損失水頭である。

$H^* = H_s$ および式(5)の関係をを用い、さらに式(1)の関係をを用いると、式(4)は次のようになる。

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{L^*} \left\{ \frac{h_s}{gA} \frac{dQ}{dt} + z_s - \frac{1}{2g} \left(\frac{Q - av}{A} \right)^2 - h_L - h_{Ls} \right\}, \quad L^* = L \left(1 + \frac{a}{A} \frac{h_s}{L} \right) \quad (6)$$

一般に、 $h_L \geq h_{Ls} + (\alpha/2g)((Q - av)/A)^2$ であるので、式(6)は次のように簡略化される。

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{L^*} \left(\frac{h_s}{gA} \frac{dQ}{dt} + z_s - h_L \right), \quad L^* = L \left(1 + \frac{a}{A} \frac{h_s}{L} \right) \quad (7)$$

なお、サージタンク内の水の運動を無視する場合は、 $L = L^*$ となる。すなわち、サージタンク内の水の運動の影響は L^* に含まれる $(a/A)(h_s/L)$ で評価されることになり、 $(a/A)(h_s/L) \ll 1$ の場合はサージタンク内の水の運動は無視できるものと考えられる。

バルブ操作によるサージタンク内の水位変動は、初期条件 $t=0$ で、 $z_s = z_{s0}$ 、 $v = v_0$ 、 $Q = Q_0$ のもとで、境界条件としてバルブ操作による水圧鉄管内の流量変動 $Q = Q(t)$ を与えて、式(1)と式(6)あるいは式(7)を連立させ、 z_s と v を求めることにより、解析される。

3. バルブの瞬間閉塞によるサージング

使用水量 Q_0 で発電しているときに、バルブを瞬間的に閉塞する場合のサージタンク内の水位変動を例として、サージタンク内の水の運動がサージングに及ぼす影響について検討する。

バルブを瞬間的に閉塞する場合は、 $t \geq 0$ で $Q = 0$ となるので、式(1)および式(7)は、それぞれ、次のようになる。ただし、 $h_L = k|v|v$ とする。

$$\frac{dz_s}{dt} = -\frac{a}{A} v \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{L^*} (z_s - k|v|v) \quad (9)$$

総落差 $H_s = 300\text{m}$ 、圧力トンネルの内径 $D = 4\text{m}$ 、Manningの粗度係数 $n = 0.012$ 、サージタンクの内径 $D_s = 10\text{m}$ とし、圧力トンネルの長さ L を種々に変えて、 $Q_0 = 40\text{m}^3/\text{s}$ を瞬間的に0にする場合について、式(9)で、 $L^* = L(1 + (a/A)(h_s/L))$ とする場合(サージタンク内の水の運動を考慮する場合)と $L^* = L$ とする場合(サージタンク内の水の運動を無視する場合)についてサージタンク内の水位変動を計算し、それらを比較することによりサージタンク内の水の運動がサージングに及ぼす影響について検討した。その例として、 $L = 100\text{m}$ の場合の結果を図2に示す。図2によると、サージタンク内の水の運動を無視すると、水位変動の振幅は小さくなり、周期は短くなることがわかる。圧力トンネルの長さ L とサージタンク内の水の運動を無視することによる誤差の関係をまとめると、表1のようになり、圧力トンネルの長さ L が長くなる、すなわち $(a/A)(h_s/L)$ が小さくなると、サージタンク内の水の運動を無視することの影響は小さくなることがわかる。

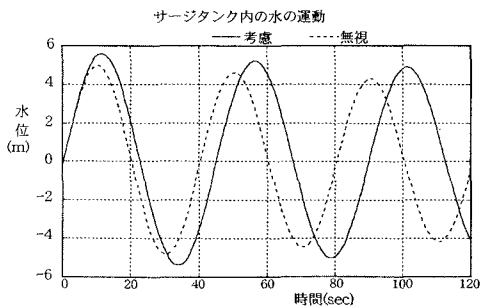


図2 サージタンク内の水の運動がサージングに及ぼす影響

表1 サージタンク内の水の運動を無視することによる誤差

$L(\text{m})$	$\frac{a}{A} \frac{h_s}{L}$	誤差率(%)	
		振幅	周期
100	0.250	11.1	10.6
500	0.050	2.7	2.5
1000	0.025	1.4	1.2
3000	0.008	0.5	0.5