

II-69 並列計算機と有限要素法を用いた汚染物質濃度の最適制御

中央大学 学生会員 ○藤井 裕之
中央大学 正会員 川原 陸人

1. はじめに

日本は古来より海と非常に密接な関係を持った国であり、漁業的・工業的に非常に重要な港が数多く存在している。しかしながらその様な港を擁する湾の汚染報告は絶えることがなく、この様な汚染物質は潮の集まるような格好の漁場に多く堆積し漁獲高の減少にもつながっている。今年環境白書において海におけるCOD濃度環境達成率は74.9%と調査海域において4分の1の海域が環境基準を達成できていない。これらの事態の大きな理由として川からの家庭用廃水、工業用廃水などの汚染物質の流入が考えられる。

そこで本研究には川からの汚染物質流入に注目して川からの流入水がどのような方向にどのような流速で流れれば良い漁場となっている地点における汚染物質濃度が最適な目的濃度になるのかということに関し解析、検討してみる。

解析手法に関しては空間方向の離散化には有限要素法を用い、時間方向の離散化にはテューラー展開の2次の項まで考慮した改良型のBTD法を用い連立方程式の解法としてE-by-E共役勾配法を用いる。また最小化アルゴリズムとして共役勾配法を用い、この部分の繰り返し計算に並列計算手法を用いる。

2. 基礎方程式

基礎方程式として流況の計算に線形の浅水長波方程式、汚染物質濃度の計算に非定常移流拡散方程式を用いる。

$$\begin{aligned}\dot{u}_i + g\eta_{,i} &= 0 \\ \dot{\eta} + hu_{i,i} &= 0 \\ \dot{c} + u_i c_{,i} + \kappa c_{,ii} &= 0\end{aligned}$$

ここで u は流速、 η は水位変動量、 c は汚染物質濃度、 g は重力加速度、 h は平均水深、 κ は拡散係数を表す。

中央大学理工学研究科 (〒112 東京都文京区春日1-13-27、TEL03-3817-1814)

キーワード：有限要素法、改良型BTD法、最適制御理論、並列計算

3. 評価関数

最適制御問題とは以下に設定する評価関数を最小にする様な操作量(川からの流速)を求める最小値問題であるといえる。

$$J(\bar{u}) = \int_T \int_{\Gamma_{obj}} Q(c - c_{opt}) d\Gamma dT + \int_T \int_{\Gamma_{con}} R(\bar{u} - u)^2 d\Gamma dT$$

しかし実際に問題を解くにあたって評価関数の拘束条件として基礎方程式を導入して評価関数を以下のように設定する

$$\begin{aligned}J^*(\bar{u}) &= J + \int_T \int_{\Omega} u_i^* (\dot{u}_i + g\eta_{,i}) d\Omega dT \\ &\quad + \int_T \int_{\Omega} \eta^* (\dot{\eta} + hu_{i,i}) d\Omega dT \\ &\quad + \int_T \int_{\Omega} c^* (\dot{c} + u_i c_{,i} - \kappa c_{,ii}) d\Omega dT\end{aligned}$$

この第一変分が0となるような操作量を求める。

4. 最小化アルゴリズム

本研究では最小化アルゴリズムとしてクッリッピング・グー・共役勾配法を用いる。また最適制御問題において最も計算時間のかかるこのアルゴリズム内において並列計算を適用する。

アルゴリズムは以下に示す通りである。

1. 初期操作量の設定
2. 評価関数の勾配の計算
3. 評価関数の勾配にそった最適な操作量の探索
4. 評価関数の判定 判定定数以内なら終了
5. 順解析を行い勾配の更新 3に戻る

また並列計算はアルゴリズム3の部分で行われる。操作量のパラメーターを何度も変更して行われる順解析に適用し、異なるパラメーターを並列計算機の各プロセッサに振り分けて同時に計算を行うことで計算時間の縮小を図る。本講演の数値解析においては計算時間を69%ほど縮小することができた。

5.数値解析

数値解析例として千葉県御宿町岩和田漁港における汚染問題を取り上げる。解析領域としては岩和田漁港を含む網代湾を対象とする。網代湾に流入している清水川河口を汚染物質の流入点として扱いかつ、操作点としても扱う。また湾の流速を計算するに当たっての開境界条件として実観測データを用いて計算されたカルマンフィルター有限要素法の解を逐次代入する。

図1は今回の解析領域である網代湾イメージ図。図2は有限要素分割図を示す。解析結果として図3、4に9時間後の制御を行わない場合と行った場合の濃度コンター図を示す。図3、4から分かるように目的点における汚染物質濃度は減少している。

6.おわりに

本研究では湾における汚染物質濃度の最適制御に関して有限要素法を用いた数値解析を行った。数値解析例から分かるとおり湾のある地点の流速をコントロールすることができれば目的点における汚染物質濃度を最適にすることができると思われる。このような最適制御手法を今回のような海の問題だけでなく湖、沼、トンネルなどの閉鎖性空間の汚染物質問題に適用することによってより効果的、経済的な制御を土木の分野においても行っていけると考えられる。

また本研究を数値解析的に考察すると、膨大な計算時間を要する最適制御問題に並列計算を適用したことにより計算時間の大幅な縮小を実現することができた。このことから計算コストのかかる逆問題解析では並列計算機を用いた解析により計算時間、計算容量の縮小などをよりはかっていくことが重要であると考えられる。

今後の課題としてはより数値解析的に精度の高い計算、またより細かいメッシュを用いる為の領域分割法の適用、最後に湾における流速制御装置の検討などが現実的な問題に適用する為に必要である。

参考文献

佐久間清文、‘最適制御理論を用いた手賀沼水質浄化問題に関する数値解析的研究’、中央大学修士論文、1998年度

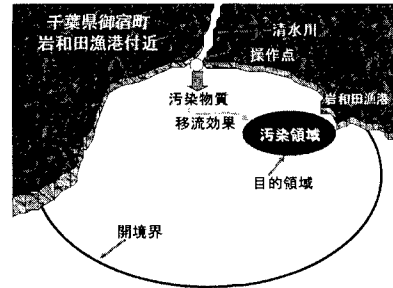


図1 岩和田漁港イメージ図

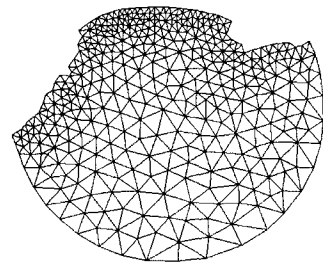


図2 有限要素分割図

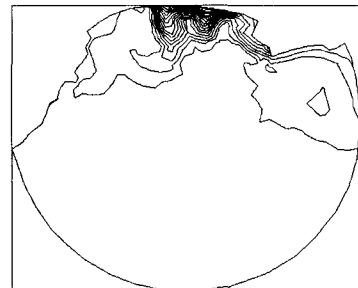


図3. 制御を行わない場合の
9時間後の濃度コンター図



図4. 制御を行なった場合の
9時間後の濃度コンター図