

II-38

有限要素法を適応したカルマンフィルタによる潮流解析

中央大学大学院

学生員 藤本 真紀

中央大学理工学部

正会員 川原 睦人

1 はじめに

日本は四方を海で囲まれた島国であるため、人々は古くから海と密接な関わりを持ってきた。近年、多くの構造物が臨海地域において急激に建設されてきたため海岸地帯の流況は大きく変化し環境に大きな影響を与えた。この環境の変化を予測するためには事前に潮流の状態を把握しておくことが大変重要である。この問題に対応するために最近では海岸工学の分野においても数値解析が広く行われるようになってきた。しかしながら実際の問題に数値解析を用いることは次のような理由から大変困難なものとなっている。(1) 実地観測により得られた観測データには人為的・機械的誤差が含まれる。(2) 数値解析に用いられる基礎方程式によって実際の現象を完全に再現することはできない。(3) 多くの観測点を設けることは現実問題として不可能である。(1)の誤差を観測ノイズ、一方、(2)で方程式が再現する現象と実際の現象の間に存在する誤差をシステムノイズ(さらに離散化においてもこの誤差は常に存在する)と定義すると、これらのノイズの存在により観測データは流れのシミュレーションに直接使うことはできず、数値解析によって正しく現象を再現することもできない。そこでこれら二つのノイズを除去することが大変重要な課題となる。

以上の理由から本研究では確率的な過程を基礎とした推定理論の一つであるカルマンフィルタを潮流解析に適応することとした。この理論によりノイズが除去され、さらにカルマンフィルタに有限要素法を適応することにより時系列のみならず空間的にも推定を行うことが可能となった。これにより、限られた観測データを用いて広大な領域内の状態が把握できるようになった。

計算例として千葉県御宿海岸に設けた5地点における観測データを用いてこの海岸付近の潮流の推定を行った。

2 有限要素法

2.1 基礎方程式

有限要素法の基礎方程式として線形浅水長波方程式を用いる。

$$\text{＜運動方程式＞} \quad u_t + g\eta_{,i} = 0, \quad (1)$$

$$\text{＜連続式＞} \quad \eta + hu_{,i} = 0, \quad (2)$$

ここに u_i は流速、 η は水位変動量、 h は水深、 g は重力加速度を表す。

2.2 境界条件

解析に用いる領域は陸境界 S_1 と開境界 S_2 によって構成される。

$$u_k = ul + vm = \dot{u}_k \quad \text{on } S_1, \quad (3)$$

$$\eta = \hat{\eta} \quad \text{on } S_2, \quad (4)$$

ここに $\hat{\eta}$ は既知量を示す。

2.3 離散化

浅水長波方程式を空間方向及び時間方向に離散化する
キーワード：潮流、カルマンフィルタ、有限要素法、ノイズ

中央大学大学院理工学研究科(〒122-8551 東京都文京区春日 1-13-27、TEL 03-3817-1814 FAX 03-3817-1803)

ことにより有限要素方程式が得られる。ここで空間方向の離散化に対して三角形要素を用いたガラーキン法を適応した。また、時間積分についてはBTD法を適応した陽解法によって離散化を行った。

3 カルマンフィルタ

3.1 カルマンフィルタとは カルマンフィルタとは、確率過程に基づいた推定手法の一つである。確率過程に基づいた推定手法を用いることによって現象の不確実性を考慮し、実現象を再現することができる。

3.2 基礎方程式

カルマンフィルタの基礎方程式は次の2式により構成される。

$$\text{＜システム方程式＞} \quad x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k, \quad (5)$$

$$\text{＜観測方程式＞} \quad y_k = H_k x_k + v_k, \quad (6)$$

ここに x_k は状態ベクトル、 y_k は観測ベクトル、 F_k は状態遷移行列、 H_k は観測行列、 G は駆動行列、 w_k はシステムノイズ、 v_k は観測ノイズである。状態遷移行列は有限要素行列であり、これを換えることによりこの理論に汎用性を持たせることができる。また、観測行列は観測点配置を示す行列である。システムノイズは基礎方程式や離散化の中に存在する誤差であり、観測ノイズは人為的・機械的誤差などの観測誤差である。この2つのノイズは互いに相関のない白色ノイズであると仮定する。

3.3 アルゴリズム

1. 初期値の代入

$$\Gamma_0 = V_0, F_{-1}\hat{x}_{-1} = \bar{x}_0$$

2. カルマンゲインの計算

$$K_k = \Gamma_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1}$$

3. 推定誤差共分散の計算

$$P_k = (I - K_k H_k) \Gamma_k$$

4. 推定誤差共分散の収束判定

$$\text{if } (\text{Trace } P < \varepsilon) \quad \text{go to 6}$$

5. 予測誤差共分散の計算

$$\Gamma_{k+1} = F_k P_k F_k^T + G_k Q_k G_k^T \quad \text{go to 2}$$

6. 最適推定値の計算

$$\hat{x}_k = F_{k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (y_k - H_k F_{k-1} \hat{x}_{k-1})$$

カルマンフィルタのアルゴリズムは1～5のオフラインと6のオンラインと呼ばれる2つの部分に分けることができる。オフラインでは推定誤差共分散やカルマンゲインが収束するまで計算が繰り返され、ここで収束した値がオンラインで最適推定の計算に用いられる。

4 数値解析例

4.1 観測点測量

本研究を行うにあたり、我々は1998年7月千葉県御宿海岸に於いて実際に観測点の測量を行った。まずはじめ

に2台のトランシットを岩和田漁港と御宿漁港に設置し、この2点間の距離を測量した。次に2台のトランシットを用いて5つの観測点について角測量を行った。この実地調査により各観測点の位置を把握することができた。

4.2 解析領域と有限要素分割

本研究の解析領域は御宿海岸周辺である。この領域を300接点526要素に分割し、これを用いて数値解析を行った(図1)。我々は実地計測により5つの観測点について1997年7月12日から同月28日までの x 、 y 方向の流速及び水位変動量を得ることができ、これを数値解析の観測データとした。本研究では1997年7月16日から同月20日までの観測データを使って推定を行った。計算に用いる各パラメータの値はシステムノイズ Q を0.01、観測ノイズ R を0.001、時間増分 Δt を1.0とした。

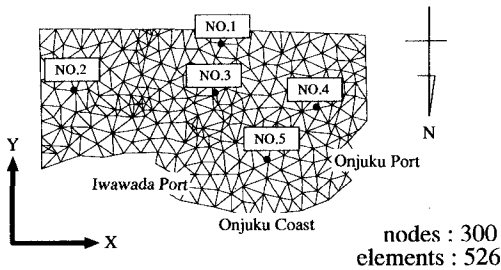


図1 有限要素分割図と観測点配置

4.3 解析結果

図2.1、2.2、2.3は観測点2及び5に於ける各流速と水位変動量の推定結果を示している。図3は7月17日12:00から19日24:00までの12時間毎の流速分布図、また図4は7月16日から20日までの平均残差流の流速分布図である。

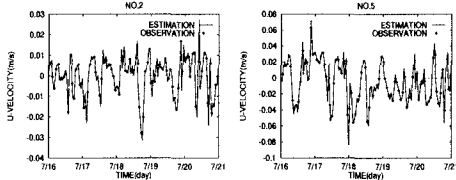


図2.1 x 方向の流速 (U)

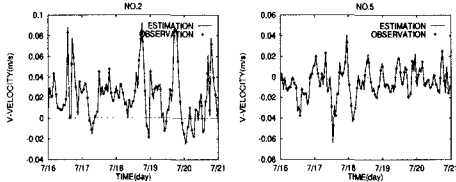


図2.2 y 方向の流速 (V)

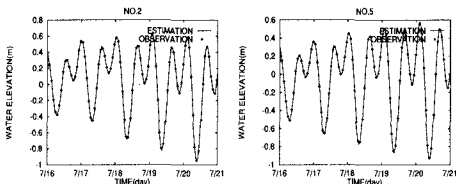


図2.3 水位変動量

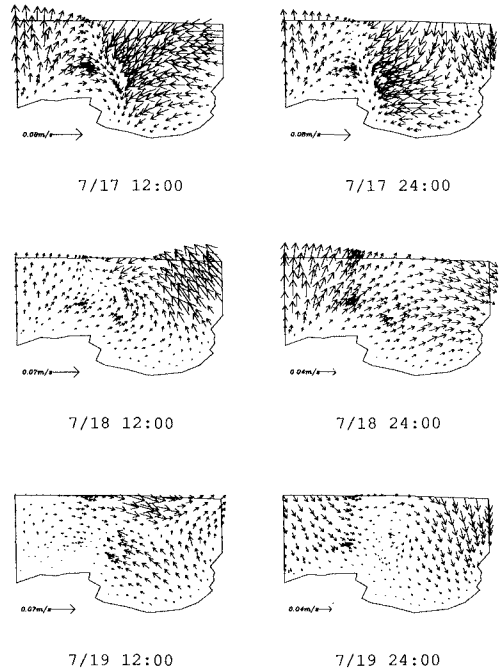


図3 12時間毎の流速分布図
(7月17日から同月19日)

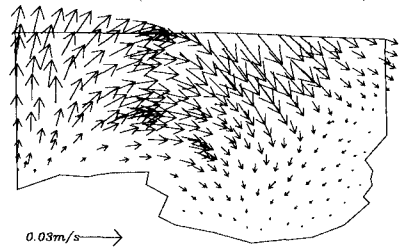


図4 平均残差流 (7月16日から同月20日)

5 結論

図2.1、2.2、2.3をみると推定値と観測値はよく一致している。また、全接点での推定値を出力することで図3、4の様な流速分布図を得ることができた。図3からこの海岸地帯の流況は非常に複雑であることがわかった。更に図4は全時間の平均残差流を表したものであるが、この図より流速が非常に大きい地点があることがわかる。これは観測点2付近であるが、実際にこの地点は地形が複雑であり、流れが集中する場所である。

以上の結果から、有限要素法を適応したカルマンフィルタを用いて御宿海岸付近の流況を把握することができたと言えるであろう。これにより有限要素法を適応したカルマンフィルタの有効性が確認された。今後の課題として、領域分割法適応による計算の並列化や使用するメモリの縮小化、またさまざまなデータおよび条件を用いた観測点の最適配置などを取り上げ、この手法のさらなる効率化を目指すつもりである。

参考文献

- [1] 稲本耕介, "カルマンフィルタを用いた非定常波浪伝播現象の最適推定に関する基礎的研究" 修士論文, 1995
- [2] Y. Hayakawa and M. Kawahara, "Tidal flow analysis using Kalman filter" Third Asian Pacific Conference on Computational Mechanics, Seoul, Korea, 1996