

I - B 487

カルマンフィルタによる予測震動制御についての考察

筑波大学 学生員 杉山 毅
筑波大学 正員 西岡 隆

1. まえがき

構造物の震動制御については、近年の周辺技術の進展とあいまって、安全の確保と居住性の向上のために高度利用への期待が高まっている。地震動が作用した時の構造物を能動的に制御するアクティブ型の震動制御についてもすでに多くの知見が得られており、今後さらなる適用が望まれる。

本研究が対象とする構造物のフィードバック震動制御問題では、1) 地震時の構造物の状態を観測する、2) 観測結果から逐次最適な制御力を算定する、3) 求められた制御力の指令を制御装置へ送る、という各過程において制御力の作用時間遅れが生じる。これに関して佐藤等¹⁾はカルマンフィルタによる予測アルゴリズムを地震加速度に対して用いることで予測制御の効果を示した。しかし広帯域なランダム過程である地震加速度の予測は、長期の予測ステップについて精度の低下が著しく、実用性が低くなる。

これに対し狭帯域なランダム過程をカルマンフィルタで予測する場合、比較的長い予測ステップにおいても予測値が精度良く求まることが知られている。このことを利用して立石・西岡²⁾はウェーブレット分解による特定周波数帯の地震加速度の予測を行ない、良好な成果を得ている。

構造物のフィードバック制御において、制御力算定に必要な状態量は、構造物-外乱系における地震波の帯域フィルタリングの結果に他ならず、よって構造物の状態量をカルマンフィルタに直接入力し予測することは、予測制御に関してよい成果をおさめることが期待できる。これらのことから本研究は構造物の諸特性と、状態量予測による震動制御との関係について考察を行う。

2. 解析モデルと方法

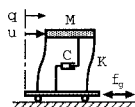


図-1 解析モデル

(1) 運動方程式

制御力型制振装置を持つ構造物の運動方程式は構造物を線形と仮定し自由度を n 、制御力数を m とした場合、次式のように表される。

$$M\ddot{\mathbf{q}}(t) + C\dot{\mathbf{q}}(t) + K\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) + \mathbf{U}\mathbf{u}(t) \quad (1)$$

ここに M, C, K はそれぞれ $n \times n$ の質量、減衰、剛性マトリクス、 $\mathbf{f}$ は n 次の外乱ベクトル、 $\mathbf{u}$ は m 次の制御力ベクトル、 $\mathbf{U}$ は $n \times m$ の制御力分配行列である。状態ベクトルを $\mathbf{x}(t) = \{\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}\}^T$ として制御力を算定するための評価関数を、

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (2)$$

のように与える。式(1)の条件のもとで評価関数を最小にする最適化問題を解けば、最適制御力は以下のように与えられる。

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_v \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}_d \mathbf{q}(t) \quad (3)$$

ここに $\mathbf{G}_v, \mathbf{G}_d$ は速度および変位に対するフィードバックゲイン行列である。

本研究の解析モデルは1自由度1制御力系構造物とし図-1に示す。この場合ゲイン行列はスカラーとなり、運動方程式(1)は結局次式のように表される。

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) + u(t) \quad (4)$$

$$M\ddot{q}(t) + (C - G_v)\dot{q}(t) + (K - G_d)q(t) = f(t) \quad (5)$$

(2) カルマンフィルタによる状態量の直接予測

最適化問題によって式(3)のように制御力を算定する場合、実際には制御力の作用時間遅れが生ずるために、それによる制御効果の低下が避けられない。これに対して、制御力の作用時間遅れ分だけ事前に状態量を予測した $\tilde{\mathbf{q}}, \tilde{\dot{\mathbf{q}}}$ から疑似的に最適制御力を算定することで、当初の制御効果を得ようとする方法が考えられる。

$$\tilde{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{G}_v \tilde{\dot{\mathbf{q}}}(t) + \mathbf{G}_d \tilde{\mathbf{q}}(t) \quad (6)$$

この場合状態量の予測値は制御効果に大きな影響を及ぼすため、高い精度が必要とされる。佐藤等の方法によれば状態量は広帯域の地震加速度の予測から間接的に予測されるため、予測ステップ数が大きい場合地震加速度の予測精度が落ち、結局状態量の予測精度も低下してしまう。むしろ外乱の帯域フィルタリングの結果である構造物の状態量そのものをカルマンフィルタに直接入力し予測する方が、フィードバック制御については予測制御力を高精度で算定できるものと思われる。

本研究では解析モデルにおける構造物の状態量を状態空間モデルにあてはめ、自己回帰係数をカルマンフィルタで逐次同定することで、その予測を行った。

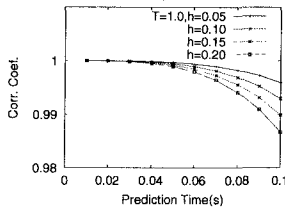


図-2 応答と予測値の相関(減衰定数の変化の場合)

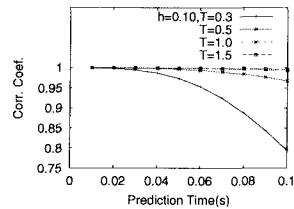


図-3 応答と予測値の相関(周期の変化の場合)

3. 数値シミュレーションと考察

(1) 非制御状態での予測精度の検討

式(5)によれば, 解析モデルにおけるフィードバック制御の効果は構造物の減衰及び剛性の特性を変化させたことに等価であるとわかる. 状態量の予測精度を検証するために, まず構造物の周期及び減衰特性が予測に与える影響に付いて検証しておく.

図-2および図-3は, それぞれモデルの減衰定数, 周期を変化させ, El Centro 波を作用させた場合の予測の精度を, 構造物の変位応答とその予測値との相関係数,

$$\rho_{q\hat{q}} = \frac{\kappa_{q\hat{q}}}{\sigma_q \sigma_{\hat{q}}} \quad (7)$$

を用いて表したものである. ここに $\kappa_{q\hat{q}}$ は変位応答と予測値との共分散であり, σ は各々の標準偏差である.

グラフの横軸はある時刻から何秒後の予測を行なったかを示す予測時間で, 制御時の作用時間遅れに相当する. また縦軸に相関係数をとっている. パラメータとしての減衰の増加はフィードバック制御においては主に制御力を付加する割合に関係し, 周期の変化は構造物の高さや剛性に関係する.

図-2を見ると, 周期を1秒に固定し, 減衰定数を増加させていった場合, 相関係数はそれに応じて小さくなるものの, 20%の減衰に対しても比較的相关性が高い. つまり高減衰の系においても応答と予測値とは高い一致を示している.

これに対して図-3では, 周期が短くなるにつれ相関係数の低下が著しく, 周期0.3秒のモデルでは予測時間が長くなるにつれて予測の精度が非常に低下していることがわかる.

予測制御においてこれらのことは, 速度に対するフィードバック制御力を増加させることはあまり予測精度に影響を及ぼさないことを示している. むしろ短周期の構造物や, 振動の高次のモードが卓越する場合には, 予測時間が長く取れないなど十分な注意が必要であることを示している.

(2) 予測制御の効果

解析モデルの周期を1秒, 減衰定数を2%とし, El Centro 波を作用させた場合の予測制御の効果について, 予測制御の有無による対比を図-4に示す. 速度に対するフィードバックゲインは評価関数を調整し減衰定数に換算してほぼ20%となるようにした. グラフの横軸は制御力の作用時間遅れであり, 縦軸は応答

の rms 値である. グラフの1番下の実線は制御力の作用時間遅れがない理想的な状態での応答の rms 値である. グラフを見ると, 作用時間遅れのある制御状態に比べて予測制御の rms 値は各遅れ時間において一様に小さく, 予測制御の効果を示している. しかし遅れ時間が長くなるにつれて, 性能の低下も否定できない. このことは主に式(6)の予測制御力算定にあたって変位より速度のほうが支配的であり, カルマンフィルターによる速度応答の予測が, 変位の場合よりも精度が低かったことがこれらの結果となってあらわれたものと思われる. これについては今後更に予測精度をあげる必要がある.

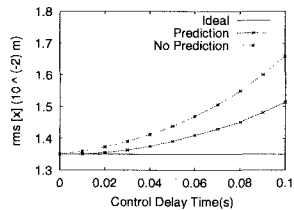


図-4 予測制御の有無による制御効果の比較

4. 結論

本研究は作用時間遅れを考慮したフィードバック震動制御問題において, カルマンフィルターで状態量を直接予測した場合の予測の精度について, 構造物の諸特性との関係を考察した. またそれらの予測値を用いた場合の制御効果について考察した. それによれば, 予測制御はそれを行わない場合と比べて制御効果が高いものの, さらに高い予測精度が要求されることが分かった. カルマンフィルターによる状態量の予測は, 短周期の構造物においては予測精度の低下が大きいため予測時間には注意が必要である. 予測制御においてさらに高い効果をあげるためには, 予測方法に工夫を行ない精度を向上させることが必要である.

参考文献

- 1) 佐藤忠信, 土岐憲三: 作用時間遅れを考慮した構造物の震動制御, 土木学会論文集, No.428/I-15, pp.193~202, 1991.4
- 2) 立石彰, 西岡隆: ウェーブレット分解を利用した構造物の瞬間最適制御, 土木学会論文集, No.605/I-45, pp.231~239, 1998.10