

I-B325 ウェーブレット逆変換による人工風速変動データの生成の試み

日本大学理工学部 正 員 北川 徹哉
日本大学理工学部 正 員 野村 卓史

1 はじめに コルモゴロフが自然風などの発達した乱流の自己相似構造（フラクタル構造）を導いた後、実際の乱流変動は完全な自己相似ではなく、小さなスケール（高周波数成分）の変動ほど間欠的であることが実験やDNSなどの数値シミュレーションにより明らかにされつつある^{1),2)}。これは乱流のカスケード過程において、エネルギー散逸が必ずしも一定ではないためであるとされている。本研究においては、まず実測された自然風のデータに含まれる間欠性をウェーブレット変換により検討する。そして、カルマンのスペクトルに従い、かつ間欠性を含む人工風速変動データをウェーブレット逆変換を用いて生成する方法を提案する。

2 自然風に含まれる間欠性 図1(a)は1996年8月14日18時40分に大鳴門橋において測定された自然風の橋軸直角方向水平成分の時刻歴である。このパワースペクトルが図1(b)であり、平均風速 $U=33.2\text{m/s}$ 、乱れの強さ $I_u=0.084$ 、乱れのスケール $L_u=193\text{m}$ におけるカルマンのスペクトルに整合する。また、コルモゴロフの $-5/3$ 乗則に従う慣性小領域もみられる。この自然風のデータをMeyer³⁾の離散ウェーブレット変換により解析した結果が図2である。スケールパラメータ $j=10\sim 12$ ($\in \mathbb{Z}$)におけるウェーブレット係数 $\alpha_{j,k}$ を示しており、それぞれ図2(a)~(c)に対応する。なお、横軸は本来シフトパラメータ k ($\in \mathbb{Z}$)であるが、時間に対応させて示している。 $\alpha_{j,k}$ は j が大きくなるほど非定常な分布となり、ときおりスパイク状の変動が現れる。特に $j=12$ (図2(c))においては、変動が大きい時間帯と小さい時間帯とに分離する傾向を示している。各 j における $\alpha_{j,k}$ を標準偏差=1に正規化し（以下、正規化ウェーブレット係数 $a_{j,k}$ とする）、その確率密度関数を求めたものが図3(a)~(c)である。なお、実線はガウス分布である。 j が大きくなるほど確率密度関数はガウス分布を外れ、ゼロ近傍および大きな変動の頻度が高いことを示している。この傾向はYamadaら⁴⁾が実測した自然風の風速変動データにウェーブレット変換を適用した結果と同様であり、小さなスケールの変動（渦）ほど間欠的に発生していることを意味する。

3 人工風速変動の生成 最初に $\alpha_{j,k}$ のエネルギーおよび周波数 f (Hz)と j との対応関係を、それぞれ

$$E_j = \sum_k |\alpha_{j,k}|^2, \quad f = 2^{j+1}/3T \quad (\text{Hz})$$

と定義する (T は継続時間(s))。この時、 E_j とカルマンのスペクトル $S(f)$ とは $E_j/2^{j+1} \doteq S(f)$ がほぼ成り立つ (図4)。これより、任意の U , I_u , L_u に対する各 j における $\alpha_{j,k}$ の標準偏差を求めることができ、これを σ_j とおくと $\alpha_{j,k} = \sigma_j \times a_{j,k}$ となる。ゆえに $a_{j,k}$ を適当に発生させて $\alpha_{j,k}$ を求め、ウェーブレット逆変換を行えば人工風速変動データを作ることができる。まず、 $f \times S(f)$ がピークとなる周波数 $f_p = 0.15U/L_u$ を乱流カスケードが始まる周波数と仮定すると、これに対応するスケールパラメータ j_p は上式より $j_p = \{\log_2(0.45UT/L_u) - 1\}$ とおける（ここで、 $\{\}$ は $\{\}$ 内の実数を切り上げた整数をとるものとする）。乱流カスケードに関与しないとされる大スケールの変動に相当する $j \leq j_p$ においては、 $a_{j,k}$ を平均0、分散1のガウス分布に従う乱数として発生させる。次に、 $j > j_p$ においては、

$$a_{j,k=2i} = s \times (2/3)^{m/3} 2^{2/9} a_{j-1,k=i}, \quad a_{j,k=2i+1} = s \times (2/3)^{m/3} 2^{2/9} \frac{2^{1/2}(a_{j-1,k=i} + a_{j-1,k=i+1})}{2} \quad (\forall i \in \mathbb{Z})$$

のように小さい j から順にカスケード的に $a_{j,k}$ を発生させる。上式の導出にはランダムカスケードを背景とする対数ポアソンモデル⁵⁾を応用している。ここで s は ± 1 の二値乱数とする。また、 m (≥ 0)は対数ポアソンモデルによれば平均 $2\log 2$ のポアソン分布に従う乱数となる。しかし、この場合は m が整数であり、 $a_{j,k}$ は離散的な値の集合となってしまうため、本法においては指数分布を暫定的に用いることとした。一方、 $j > j_p$ において $a_{j,k}$ の標準偏差は必ずしも1にはならないが、そのアンサンブル平均は1になる。

以上により、前章に示した自然風と同じ特性値 ($U=33.2\text{m/s}$, $I_u=0.084$, $L_u=193\text{m}$) を目標値として $\alpha_{j,k}$ を求め、ウェーブレット逆変換を用いて人工風速変動データを作成した。なお、ウェーブレット逆変換については文献4)に示しているアルゴリズムに加え、スケール関数を用いて静的成分近傍を補う逆変換を施した。得られた時刻歴およびパワースペクトルの例を各々図5(a), (b)に示す。図5(a)の時刻歴の U および I_u は各々 33.2m/s , 0.084 であり目標値に一致している。また、図5(b)のパワースペクトルはカルマンのスペクトルに整合しており、 L_u もほぼ目標値に一致していると思われる。ただし、 U , I_u , L_u は常にほぼ目標値が得られるが、時刻歴の波形は主に $j \leq j_p$ における $a_{j,k}$ (ガウス分布に従う乱数)に依存し、発生させた乱数の並びに応じて様々に変化する。一方、人工風速変動の源である正規化ウェーブレット係数 $a_{j,k}$ の確率密度関数を $j=10\sim 12$ のケースについて図6(a)~(c)に示す。 j が

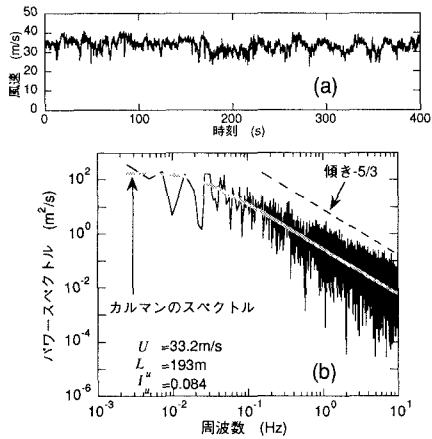


図1 大鳴門橋において測定された自然風
(a) 時刻歴 (b) パワースペクトル

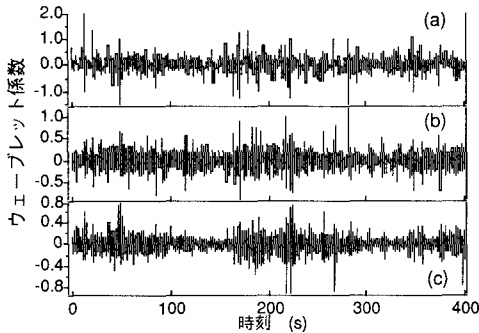


図2 自然風のウェーブレット解析結果
(a) $j=10$ (b) $j=11$ (c) $j=12$

大きくなるに従いガウス分布とのずれが明確になり、小スケールの変動における間欠性が実現されている。しかし、本モデルは理想化されたものであり、図3(a)~(c)と比較すると間欠性が強調されている。

謝辞：本州四国連絡橋公団より大変貴重な自然風のデータを提供して頂きました。ここに記して謝意を表します。

参考文献 1) Vincent, A. and Meneguzzi, M. : The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence, *Jour. Fluid Mech.*, Vol. 225, pp. 1-20, 1991. 2) Yamamoto, K. and Kambe, K. : Gaussian and near-exponential probability distributions of turbulence obtained from a numerical simulation, *Fluid Dynamics Res.*, Vol. 8, pp.65-72, 1991. 3) Meyer, Y. : *Wavelets and operators*, Cambridge Univ. Press, 1992. 4) Yamada, M. and Ohkitani, K. :

Orthonormal wavelet analysis of turbulence, *Fluid Dynamic Res.*, Vol. 8, pp.101-115, 1991. 5) Dubrulle, B. : Intermittency in fully developed turbulence : log-Poisson statistics and generalized scale covariance, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 73, pp. 959-962, 1994.

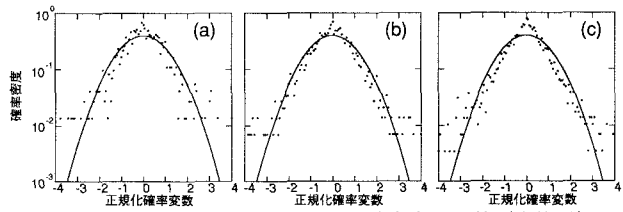


図3 ウェーブレット係数の確率密度関数（自然風）
(a) $j=10$ (b) $j=11$ (c) $j=12$

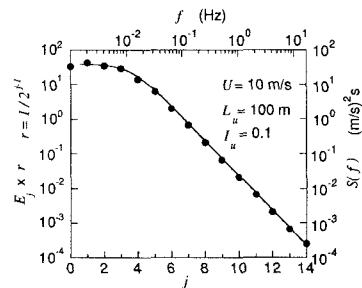


図4 ウェーブレット係数のエネルギーとカルマンのスペクトルとの関係

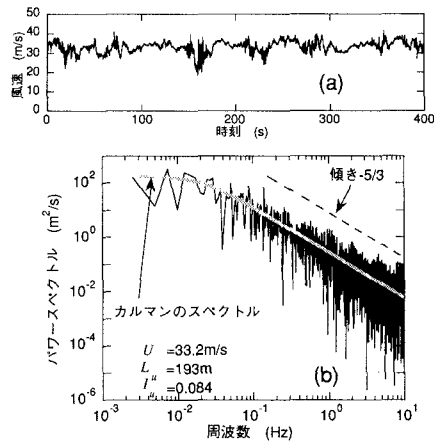


図5 作成した人工風速変動データ
(a) 時刻歴 (b) パワースペクトル

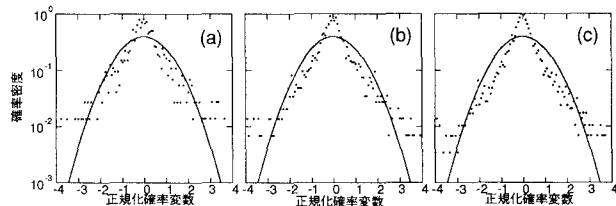


図6 ウェーブレット係数の確率密度関数（人工風）
(a) $j=10$ (b) $j=11$ (c) $j=12$